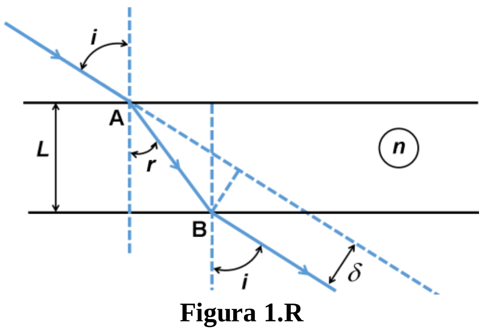
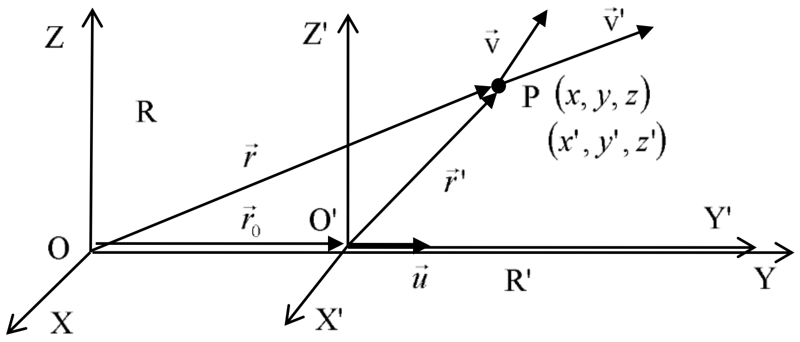
Subiectul 1. *Physics – Lyceum ...*	**Parțial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 1		**10**
A.		**4,5**
A.a. Receptorul este acordat dacă este îndeplinită condiția: $X_L = X_C\big\vert_{\omega=\omega_0}$	0,50	**2,5**
Unde: $X_C = \dfrac{1}{2\pi\cdot\upsilon\cdot C}$	0,50	
Și: $\upsilon = \dfrac{c}{\lambda}$	0,50	
Capacitatea circuitului oscilant de recepție este: $C = \dfrac{\lambda}{2\pi\cdot c\cdot X_L}$	0,50	
Rezultă: $C = 105\ \text{pF}$	0,50	
A.b. Deoarece: $\dfrac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = 41$ În acest caz vom avea un minim de interferență.	0,50	**2**
Diferența de drum δ este un număr impar de semilungimi de undă $\left(\dfrac{\lambda}{2}\right)$.	0,50	
Diferența de fază $\Delta\varphi$ ce corespunde diferenței de drum δ se determină din: $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\delta$	0,50	
Rezultă: $\Delta\varphi = \pi\ \text{rad}$	0,50	
B.		**4,5**
B.a. Unda electromagnetică emergentă este deplasată față de direcția de propagare a undei electromagnetice incidente (vezi ***Figura 1.R***) cu: $\delta = \text{AB}\cdot\sin(i-r)$  **Figura 1.R**	0,50	**2**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Obținem: $$\delta = L\cdot\left(1-\frac{\cos i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}\right)\cdot\sin i$$	0,50	
Dar: $$n=\sqrt{\varepsilon_r\cdot\mu_r}$$	0,25	
Deci: $$\delta = L\cdot\left(1-\frac{\cos i}{\sqrt{\varepsilon_r\cdot\mu_r-\sin^2 i}}\right)\cdot\sin i$$	0,50	
Rezultă: $$\delta\cong 0,29\cdot 10^{-6}\ \text{m}$$	0,25	
B.b. Deoarece $(\mu_r=1)$: $$d\ell=\text{v}\cdot dt=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}\cdot dt=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu_0}}\cdot dt$$	0,50	
Obținem: $$\int_{t_0}^{t}dt=\int_0^L\frac{1}{\text{v}}\,d\ell=\sqrt{\mu_0}\cdot\int_0^L\sqrt{\varepsilon}\,d\ell=\sqrt{\mu_0}\cdot\int_0^L\sqrt{k_1\cdot e^{-k_2\cdot\ell}}\,d\ell$$	0,50	
Pentru $\ell=0$ avem: $$k_1=\varepsilon_1$$ Pentru $\ell=L$ avem: $$\varepsilon_2=k_1\cdot e^{-k_2\cdot L}$$ $$\varepsilon_2=\varepsilon_1\cdot e^{-k_2\cdot L}$$ $$k_2=\frac{1}{L}\cdot\ln\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=\frac{1}{L}\cdot\ln\frac{\varepsilon_1}{\frac{\varepsilon_1}{e}}=\frac{1}{L}\cdot\ln e=\frac{1}{L}$$	0,25	**2,5**
Intervalul de timp necesar undei să străbată lama cu fețe plan paralele în cazul incidenței normale este: $$\Delta t=\frac{2L\cdot\sqrt{\mu_0}}{\ln\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\cdot\left(\sqrt{\varepsilon_1}-\sqrt{\varepsilon_2}\right)$$	0,50	
Deci: $$\Delta t=\frac{2L\cdot\sqrt{\mu_0}}{\ln e}\cdot\left(\frac{e-\sqrt{e}}{e}\right)\cdot\sqrt{\varepsilon_1}=2L\cdot\sqrt{\mu_0\cdot\varepsilon_1}\cdot\left(\frac{e-\sqrt{e}}{e}\right)$$	0,50	
Rezultă: $$\Delta t\cong 1,57\ \text{ns}$$	0,25	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul 2. Căderea relativistă a tijei	**Parţial**	**Punctaj**
2. Barem subiect 2		**10**
a. În acord cu notațiile din ***Figura 2.R***, relațiile dintre coordonatele de poziție ale unui punct material P, raportate la cele două sisteme de referință inerțiale, R și respectiv R', reprezentate de transformările Lorentz speciale, sunt:  **Figura 2.R**	1,00	**6,00**
$x' = x;\ y' = \dfrac{y - u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}};\ z' = z;\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}\cdot y}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}.$ La momentul t, coordonatele de poziție ale extremităților A și B ale tijei, în raport cu sistemul de referință inerțial R, sunt: A: $x_A = 0;\ y_A = 0;\ z_A = h - v\cdot t;$ B: $x_B = 0;\ y_B = 0;\ z_B = h + L - v\cdot t,$ unde h este distanța inițială dintre capătul A al tijei și solul orizontal. În același moment, coordonatele acelorași două extremități, în raport cu sietemul inerțial R', sunt: A: $x'_A = 0;\ y'_A = \dfrac{y_A - u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{0 - u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{-u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}};\ z'_A = h - v\cdot t;$ B: $x'_B = 0;\ y'_B = \dfrac{y_B - u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{0 - u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{-u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}};\ z'_B = L + h - v\cdot t.$	2,00	
În aceste condiții, deoarece momentului t din sistemul R îi corespunde momentul t' din sistemul R', având în vedere că: $t' = \dfrac{t - \dfrac{v_0}{c^2}\cdot y}{\sqrt{1-\dfrac{v_0^2}{c^2}}};\ v_0 = u,$	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

pentru coordonatele capetelor A și B ale tijei, în raport cu sistemul R', la momentul t', rezultă: $$t'=\frac{t-\frac{u}{c^2}\cdot y_{A/B}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{t-0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$ $$t=t'\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}};$$ $$\text{A: } x'_A=0;\ y'_A=\frac{-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=-u\cdot t';\ z'_A=h-\text{v}\cdot t=h-\text{v}\cdot t'\cdot\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}};$$ $$\text{B: } x'_B=0;\ y'_B=\frac{-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=-u\cdot t';\ z'_B=L+h-\text{v}\cdot t=L+h-\text{v}\cdot t'\cdot\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}.$$		
Ca urmare, lungimea tijei, apreciată de observatorul din sistemul R', este: $$L'=\sqrt{(x'_B-x'_A)^2+(y'_B-y'_A)^2+(z'_B-z'_A)^2}=L,$$ adică lungimea tijei este aceeași în raport cu ambele sisteme de referință. Cunoscând coordonatele de poziție ale capetelor mobile, A și B ale tijei, la momentul t', calculăm componentele vitezelor celor două capete în raport cu sistemul R': $$\frac{dy'_A}{dt'}=w'_{A,Y'}=-u;\ \frac{dz'_A}{dt'}=w'_{A,Z'}=-\text{v}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}};$$ $$\frac{dy'_B}{dt'}=w'_{B,Y'}=-u;\ \frac{dz'_B}{dt'}=w'_{B,Z'}=-\text{v}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}},$$	1,00	
astfel încât, rezultă: $$w'_A=\sqrt{(w'_{A,Y'})^2+(w'_{A,Z'})^2}=\sqrt{u^2+\text{v}^2-\frac{u^2\cdot\text{v}^2}{c^2}};$$ $$w'_B=\sqrt{(w'_{B,Y'})^2+(w'_{B,Z'})^2}=\sqrt{u^2+\text{v}^2-\frac{u^2\cdot\text{v}^2}{c^2}};$$ $$w'_A=w'_B=w'_{tija};$$ $$\tan\phi=\frac{w'_{A,Y'}}{w'_{A,Z'}}=\frac{-u}{-\text{v}\cdot\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{u}{\text{v}\cdot\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},$$ ceea ce presupune că, în raport cu observatorul din sistemul mobil, R', așa cum indică desenul din ***Figura 3.R***, tija nu cade pe verticală, ci pe o direcție care formează cu verticala unghiul φ.	1,00	

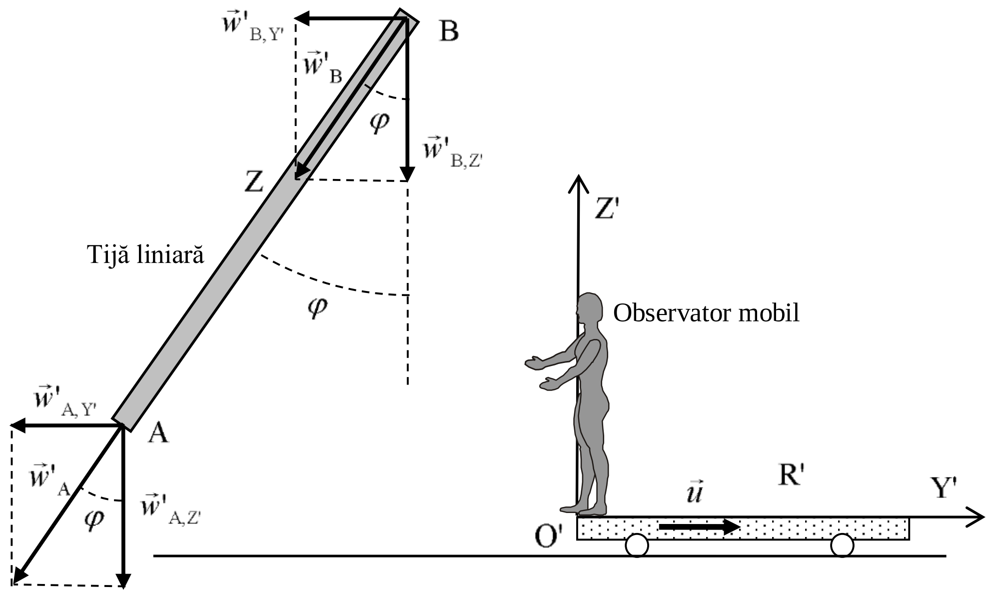


Figura 3.R.

b. În sistemul de referință R, pentru observatorul O, ciocnirile capetelor A și B cu solul, sunt două evenimente simultane, care se produc la momente identice, *t*.

Ca urmare, coordonatele capetelor A și B, în momentul atingerii solului, în sistemul R, sunt:

$$\text{A: } x_A = 0;\ y_A = 0;\ z_A = 0;\ t_A = t;$$

$$\text{B: } x_B = 0;\ y_B = L;\ z_B = 0;\ t_B = t.$$

În același moment, coordonatele acelorași două extremități, în raport cu sistemul inerțial R', în acord cu transformările Lorentz speciale, sunt:

$$\text{A: } x'_A = 0;\ y'_A = \frac{y_A - u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{0 - u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ z'_A = 0;$$

$$t'_A = \frac{t_A - \frac{u}{c^2}\cdot y_A}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t_A}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$

$$\text{B: } x'_B = 0;\ y'_B = \frac{y_B - u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{L - u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ z'_B = 0;$$

$$t'_B = \frac{t_B - \frac{u}{c^2}\cdot y_B}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t_B - \frac{u}{c^2}\cdot L}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{u}{c^2}\cdot L}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} < t'_A,$$

2,00	**2,00**

astfel încât, pentru observatorul O' din sistemul R', ciocnirile capetelor A și B ale tijei cu solul nu sunt două evenimente simultane, intervalul de timp dintre cele două ciocniri fiind: $$\tau' = t'_A - t'_B = \frac{\frac{u}{c^2}\cdot L}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$ Rezultă: $$u = \frac{c}{\sqrt{1+\left(\frac{L}{\tau'\cdot c}\right)^2}};\ u = 0{,}196\cdot c.$$		
c. Distanța dintre punctele de pe sol, unde capetele A și B ale tijei îl ating, în raport cu observatorul din sistemul R', este: $$D' = y'_B - y'_A = \frac{L-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - \frac{-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} > L;\ D' = 1{,}53\,\mathrm{m}.$$	1,00	**1,00**
Oficiu		**1,00**

Subiect 3. *Interacțiuni ... Turnul lui Einstein*	**Parţial**	**Punctaj**
3. Barem subiect 3		**10**
A.		**4**
A.a. La deplasarea unui corp punctiform cu masa m în câmpul gravitațional generat de un corp sferic cu masa M, de la distanța r_1 până la r_2, variația energiei potențiale este dată de relația: $$E_{p2}-E_{p1}=-k\cdot\frac{M\cdot m}{r_2}+k\cdot\frac{M\cdot m}{r_1} \quad (1)$$ Dacă presupunem că atunci când $r_2\to\infty$, $E_{p2}=0$, energia potențială în starea 1 va fi: $$E_{p1}=-k\cdot\frac{M\cdot m}{r_1} \quad (2)$$ Notăm cu υ_0 frecvența fotonului emis la suprafața Pământului și cu υ frecvența cu care acesta este detectat la distanță foarte mare. Masa fotonului cu frecvența υ_0 este $m_0=\frac{h\cdot\upsilon_0}{c^2}$. Din conservarea energiei rezultă: $$h\cdot\upsilon_0-k\cdot\frac{M_P\cdot\frac{h\cdot\upsilon_0}{c^2}}{R_P}=h\cdot\upsilon \text{, deci } \upsilon_0\cdot\left(1-\frac{k\cdot M_P}{R_P\cdot c^2}\right)=\upsilon \quad (3)$$ Din relația $k\cdot\frac{M_P\cdot m}{R_P^2}=m\cdot g_0$ se obține cantitatea $k\cdot M_P=g_0\cdot R_P^2$ (4) Înlocuind (4) în (3) rezultă: $\left(\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon_0}\right)=\frac{\upsilon-\upsilon_0}{\upsilon_0}=-\frac{g_0\cdot R_P}{c^2}\cong-7\cdot10^{-10}$ (5)	1,50	**1,5**
A.b. Fotonii nu mai ajung la distanță foarte mare de Pământ atunci când își pierd toată energia, deci $h\cdot\upsilon=0$ (6) Înlocuind în relația (3) obținem: $1-\frac{k\cdot M_P}{r\cdot c^2}=0$ și $r=\frac{k\cdot M_P}{c^2}$ (7) De unde: $r=\frac{g_0\cdot R_P^2}{c^2}\cong 4,46\text{ mm}$ (8) deci raza Pământului ar trebui să fie $r_P\le 4,46\text{ mm}$. *Observație: În Teoria relativității generale se obține* $r_S=\frac{2k\cdot M_P}{c^2}\approx 8,92\text{ mm}$ *(raza Schwarzschild pentru un corp cu masa egală cu cea a Pământului).*	1,00	**1**
A.c. Cazul emițător sus și detector jos: $h\cdot\upsilon_0+\frac{h\cdot\upsilon_0}{c^2}\cdot g_0\cdot\Delta H=h\cdot\upsilon$, de unde: $$\left(\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon_0}\right)_{\text{la coborâre}}=\frac{g_0\cdot\Delta H}{c^2} \quad (9)$$	1,50	**1,5**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Cazul emitător jos și detector sus: $h\cdot\upsilon_0 = h\cdot\upsilon + \frac{h\cdot\upsilon}{c^2}\cdot g_0\cdot\Delta H$. Deoarece $g_0\cdot\Delta H << c^2$ putem face aproximația: $\upsilon = \frac{\upsilon_0}{1+\frac{g_0\cdot\Delta H}{c^2}} \approx \upsilon_0\left(1-\frac{g_0\cdot\Delta H}{c^2}\right)$, deci $\left(\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon_0}\right)_{\text{la urcare}} = -\frac{g_0\cdot\Delta H}{c^2}$ (10) Din (9) și (10) obținem: $\left(\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon_0}\right)_{\text{la coborâre}} - \left(\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon_0}\right)_{\text{la urcare}} = 2\frac{g_0\cdot\Delta H}{c^2} \cong 4,92\cdot10^{-15}$ (11) Abaterea valorii obținute experimental față de cea teoretică este: $\frac{5,10-4,92}{4,92} \approx 0,04$, deci de 4% (12)		
B.		**5**
B.a. Din principiul de incertitudine a lui Heisenberg: $\Delta E\cdot\tau \approx \hbar$ se obține $\Delta E \approx 7,53\ \text{J} = 4,7\cdot10^{-9}\ \text{eV}$, deci $\frac{\Delta E}{E} = \frac{4,7\cdot10^{-9}}{14.4\cdot10^{3}} \cong 3,3\cdot10^{-13}$ (nivelul excitat este foarte îngust. (13)	0,50	**0,5**
B.b. În cazul emisiei, dacă nucleul era inițial în repaus, impulsurile finale sunt egale în modul și de sens opus, deci: $\frac{h\cdot\upsilon}{c} = p = m\cdot v$. Energia de recul se poate calcula clasic (vitezele implicate sunt mult mai mici decât viteza luminii) $E_r = \frac{m\cdot v^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2\cdot\upsilon^2}{2m\cdot c^2} = \frac{E^2}{2m\cdot c^2} \cong 1,96\cdot10^{-3}\ \text{eV}$ (14) Aceeași valoare se găsește pentru energia de recul la absorbție. Energia pierdută este $E_p = 2E_r = 3,92\cdot10^{-3}\ \text{eV}$ (15) Deoarece $\frac{\Delta E}{E_p} = \frac{4,7\cdot10^{-9}}{3,92\cdot10^{-3}} \cong 1,2\cdot10^{-6}$, pierderea de energie datorată reculului este mult mai mare decât lărgimea naturală a nivelului energetic.	2,00	**2**
B.c. Notăm energia totală emisă de nucleul emițător la trecerea de pe nivelul excitat pe nivelul fundamental cu E_0. Într-un sistem de referință legat de nucleul excitat: $E_0 = E_r + h\cdot\upsilon$, unde $E_r = \frac{h^2\cdot\upsilon^2}{2m\cdot c^2}$, deci $E_0 = \frac{h^2\cdot\upsilon^2}{2m\cdot c^2} + h\cdot\upsilon$. (16) La absorbție: $h\cdot\upsilon' = \frac{h^2\cdot\upsilon'^2}{2m\cdot c^2} + E_0$. (17) Este evident că energia pe care trebuie să o aibă fotonul pentru a fi absorbit, $h\cdot\upsilon'$ este mai mare decât cea primită de la nucleul emițător, $h\cdot\upsilon$.	2,00	**2**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>Această diferență de energie este compensată prin efectul Doppler.
Pentru lumină, in cazul în care sursa se apropie de observator cu viteza v avem: $\upsilon_{\text{observator}} = \upsilon_{\text{sursă}}\sqrt{\dfrac{1+\dfrac{\mathrm{v}}{c}}{1-\dfrac{\mathrm{v}}{c}}}$.
În acest caz viteza este mult mai mică decât viteza luminii și atunci se poate face aproximația: $\upsilon_{\text{observator}} = \upsilon_{\text{sursă}}\cdot\sqrt{\dfrac{\left(1+\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \approx \upsilon_{\text{sursă}}\cdot\left(1+\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)$ (18)
În cazul nostru: $\upsilon' = \upsilon\cdot\left(1+\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)$ (19)
Din relațiile (16), (17) și (19) obținem:
$E\cdot\left(1+\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)^2 - 2m\cdot c^2\cdot\left(1+\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right) + E + 2m\cdot c^2 = 0$, unde $E = h\cdot\upsilon$ (20)
De unde: $\mathrm{v} = c\cdot\left[\dfrac{m\cdot c^2 \pm\sqrt{m^2\cdot c^4 - E\cdot\left(E+2m\cdot c^2\right)}}{E} - 1\right]$ (21)
Soluția cu „+” dă o valoare a vitezei $\mathrm{v}\cong 2,21\cdot 10^{15}\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, care nu are sens fizic, iar cea cu „–” dă valoarea corectă:
$\mathrm{v}\cong 208\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (22)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>B.d. În această situație variația energiei prin efect Doppler nu trebuie să scoată sistemul din rezonanță: $h\cdot\upsilon' - h\cdot\upsilon = \Delta E$, unde $\upsilon' = \upsilon\cdot\left(1+\dfrac{\mathrm{v}_D}{c}\right)$, deci
$h\cdot\upsilon\cdot\dfrac{\mathrm{v}_D}{c} = \Delta E$, rezultă: $\mathrm{v}_D = \dfrac{c\cdot\Delta E}{E}\cong 0,098\ \dfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}$ (23)</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>1</td></tr>
</table>

Barem propus de:
Prof. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova
Prof. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești
Prof. Viorel SOLSCHI, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu-Mare

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.