

**Subiectul 1**

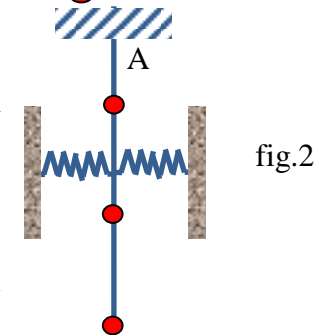
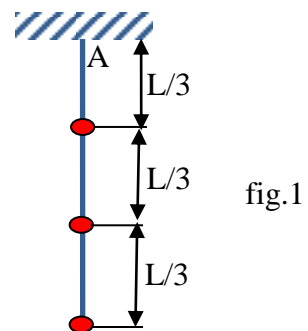
**I. Ioana și... mărelele**

Ioana, pasionată de mărelele dorește să studieze comportarea oscilatorie a sistemelor. Astfel ea construiește un pendul : pe o tijă rigidă și de masă neglijabilă articulată în punctul A lipește trei mărele de mici dimensiuni ( în comparație cu lungimea tijei), plasându-le la distanțe egale (fig.1).

Lungimea tijei este  $L$ , masa unei mărele este  $m$ , iar mărimea accelerației gravitaționale este  $g$ . Neglijând frecările cu aerul:

- a) Dedu expresia perioadei micilor oscilații ale sistemului realizat de Ioana.
- b) Dedu expresia perioadei micilor oscilații ale pendulului realizat de Ioana atunci când acesta este suspendat de tavanul unei cutii paralelipipedice care coboară liber pe un plan înclinat de unghi  $\alpha$ , coeficientul de frecare la alunecare dintre cutie și suprafața planului fiind  $\mu$  ( $\mu < \tan \alpha$ ).

c) De mijlocul tijei pendulului Ioana leagă două resorturi ideale identice și având constanta de elasticitate  $k$  fiecare. Resorturile sunt orientate orizontal și au capetele fixate de doi pereți verticali (sistemul fiind în repaus) (fig.2). Dedu expresia perioadei micilor oscilații ale sistemului pe care ar trebui să o obțină Ioana.



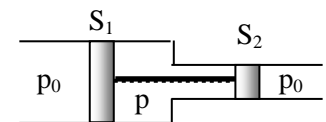
Precizare – Se consideră cunoscut că pentru  $x$  mic  $1 - \cos x \approx \frac{x^2}{2}$

**II. Oscilații mecanice și gazul ideal**

În figura alăturată se remarcă un sistem mecanic format din două pistoane aflate în tuburi de secțiuni diferite cu ariile  $S_1$  respectiv  $S_2$ , cuplate printr-o tijă rigidă.

Pistoanele izolează etanș, de mediul exterior pentru care presiunea atmosferică este  $p_0$ , o cantitate de aer cu volumul  $V$  și aflată la presiunea  $p$ . Sistemul este în echilibru mecanic și are masa  $m$ . Se scoate sistemul din starea de echilibru. Neglijând orice frecare și considerând că temperatura aerului rămâne constantă:

- a) justifică faptul că sistemul efectuează o mișcare oscilatorie;
- b) cunoscând că deviația sistemului de la starea de echilibru este mică determină perioada micilor oscilații ale acestuia.

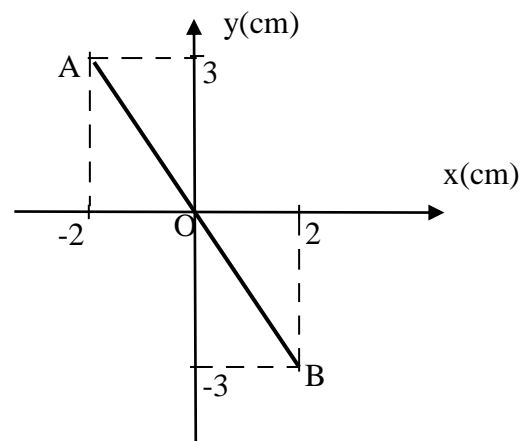


**Subiectul 2.**

**I. Oscilații perpendiculare**

Două oscilații perpendiculare sunt descrise de ecuațiile  $x(t) = X \sin(\omega t)$  și  $y(t) = Y \sin(\omega t + \varphi)$ .

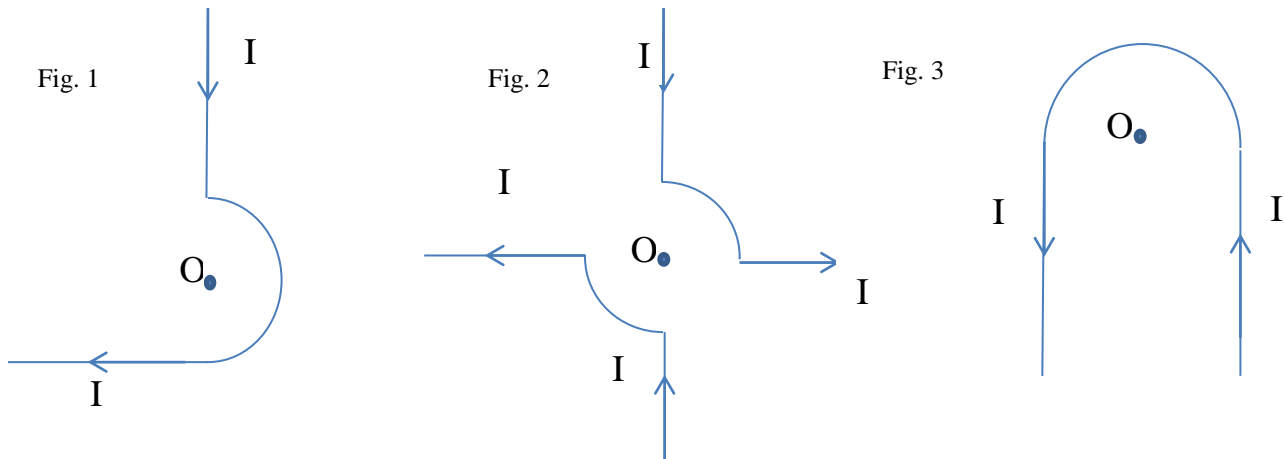
- a) Scrie ecuația traiectoriei pe care se deplasează punctul material P, în planul orizontal xOy, datorită compunerii celor două oscilații perpendiculare.
- b) Determină X, Y și  $\varphi$  pentru ecuațiile celor două oscilații dacă reprezentarea grafică a mișcării punctului P este segmentul AB din figura alăturată.
- c) Reprezintă grafic mișcarea punctului P pentru cazurile în care defazajul celor două oscilații perpendiculare este  $\varphi = \pi/2$  respectiv  $\varphi = 0$ .



1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

**II. Câmp magnetic**

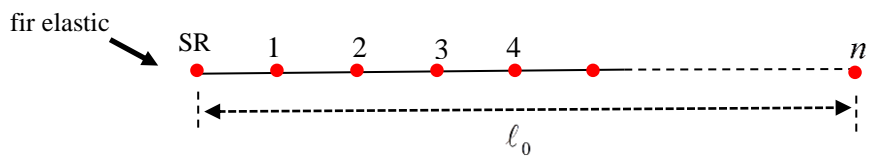
Determină inducția magnetică în punctul O pentru situațiile de mai jos știind că prin conductori trece curentul I, raza arcelor de cerc este aceeași în toate situațiile r, iar punctul O se situează în centrul cercurilor din care provin arcele. Arcul de cerc din (Fig.1) și (Fig.3) este un semicerc, iar arcele de cerc din (Fig.2) sunt sferturi de cerc. Considerăm conductorii liniari infinit de lungi spre capetele libere din desen. Conductorii se află în vid. Argumentează răspunsurile.



**Subiectul 3 – Universul oscilant și firul elastic**

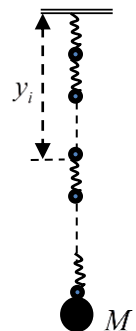
Big Bounce este un model teoretic științific al formării universului care presupune o evoluție ciclică, oscilantă a acestuia. Big Bang-ul a fost pur și simplu începutul unei perioade de expansiune care a urmat după o perioadă de contracție. Una din consecințele Big Bang-ului este faptul că stelele pe care le vedem se îndepărtează cu o viteză din ce în ce mai mare cu cât se află mai departe de noi. Un model fizic simplu al acestui fenomen poate fi înțeles dacă considerăm că, indiferent de direcția în care privim, depărtarea stelelor față de noi, are loc asemenea punctelor care aparțin unui fir elastic în timp ce acesta este alungit.

a) Fie un fir elastic fixat la capătul notat cu SR, suficient de lung, de lungime  $\ell_0$  și pe care se consideră  $n$  puncte aflate la aceeași distanță unul de celălalt (vezi figura alăturată). Se trage de fir astfel încât acesta se alungește uniform, în raport cu lungimea lui, până când lungimea acestuia devine  $\ell$ . Determină raportul dintre vitezele medii cu care se deplasează două puncte, față de sistemul de referință SR și care ocupă pozițiile 1 respectiv  $n$  pe firul elastic.



Îți propunem o modelare simplă a teoriei universului oscilant prin analiza unui fenomen fizic, ale cărui legi nu le cunoaștem, teoria Big Bounce, cu ajutorul legilor cunoscute ale altui fenomen fizic care se desfășoară, din anumite puncte de vedere, similar cu primul.

În acest context, modelul propus spre analiză este cel al unui fir elastic cu masa  $m$  și care este suspendat vertical (vezi figura alăturată). Firul elastic este deformat în câmpul gravitațional uniform al Pământului atât datorită greutateii lui cât și datorită greutateii corpului cu masa  $M$ .



Constanta elastică a firului este  $k$ , iar a firului nealungit  $\ell$ . Consideră firul elastic un sistem format din  $N$  corpuri cu mase egale legate vertical prin  $N$  resorturi elastice identice ideale (vezi figura alăturată).

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Consideră drept sistem de referință punctul de suspensie al firului elastic și faptul că  $N$  este foarte mare ( $N \rightarrow \infty$ )

b) Coordonata  $y(x,t)$  a oricăruia din cele  $N$  corpuri (vezi figura alăturată), unde  $x$  reprezintă deplasarea față de poziția de echilibru a corpului, este o funcție atât de poziție cât și de timp. Scrie ecuația mișcării corpului care ocupă poziția  $i$ , unde  $i$  nu reprezintă nici poziția primului nici a ultimului corp în succesiunea corpurilor suspendate, în funcție de coordonatele corpurilor care ocupă pozițiile  $i+1$  respectiv  $i-1$ .

c) Ecuația mișcării unui corp oarecare  $i$  poate fi adusă la forma:  $a_i = g + \frac{k\ell^2}{m} y_i''(x)$ . Soluția acestei ecuații se compune dintr-un termen cu derivata a doua constantă,  $y_0(x)$ , corespunzător poziției de echilibru mecanic al corpului care ocupă poziția  $i$  și dintr-un termen care depinde de amplitudinea  $A(x)$  și de  $\cos(\omega t)$ , unde  $\omega$  este pulsația de oscilație a corpului, iar  $t$  este timpul. Arată că ecuația mișcării corpului care ocupă poziția  $i$  este:  $\omega^2 A(x) + \frac{k\ell^2}{m} A''(x) = 0$ , unde  $\omega$  este pulsația, iar  $A''(x)$  este derivata a doua a amplitudinii.

Precizare:

- Pentru o funcție  $A(x)$  a cărei valoare depinde de variația infinitesimală a lui  $x$ ,  $A'(x)$  reprezintă viteza de variație a funcției în funcție de  $x$  (rata cu care se modifică valoarea funcției) și se numește derivata funcției în raport cu  $x$ ; de exemplu, viteza instantanee este derivata de ordinul întâi a distanței în funcție de timp.  $A''(x)$  reprezintă  $(A'(x))'$  și se numește derivata de ordinul doi a funcției  $A(x)$  în raport cu  $x$ ; de exemplu, accelerația instantanee reprezintă derivata de ordinul doi a distanței în funcție de timp.

- Pentru un oscilator linear armonic, care oscilează după legea  $y(t) = A \cos \omega t$ , viteza cu care oscilează corpul reprezintă derivata elongației,  $y'(t)$ , în funcție de timp, iar accelerația cu care oscilează corpul reprezintă derivata a doua a elongației,  $y''(t)$ , în funcție de timp.

d) Analizând ecuația mișcării corpului care ocupă poziția  $N$  scrie ecuația mișcării acestuia în funcție de coordonata corpului care ocupă poziția  $N-1$ . Cunoscând că alungirea ultimului resort este de forma

$\frac{\ell}{N} y_N'(x) - \frac{\ell^2}{N^2} y_N''(x) - \frac{\ell}{N}$  arată că ecuația amplitudinii  $A(\ell)$  cu care oscilează acesta în funcție de masa  $M$  este:  $\omega^2 A(\ell) = \frac{k\ell}{M} A'(\ell)$ .

e) Soluția ecuației amplitudinii  $A(\ell)$  este de forma  $A(x) = C_1 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{m\omega^2}{k}} \frac{1}{\ell} \cdot x\right) + C_2 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{m\omega^2}{k}} \frac{1}{\ell} \cdot x\right)$ . Ținând cont că pentru un  $\alpha$  mic se poate face aproximația  $\operatorname{tg}(\alpha) \approx \alpha + \frac{1}{3}\alpha^3$ , că  $(1+x)^n \approx 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2$ , dacă

$x \ll 1$  și că  $\frac{m}{M} \ll 1$  deduce, în funcție de  $k$ ,  $m$  respectiv  $M$  relația pulsației  $\omega$  cu care oscilează sistemul.

*Subiecte propuse de:*

*Prof. Cristinel Miron, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași  
Prof. Marian Viorel Anghel, Liceul Teoretic "Petre Pandrea", Balș  
Prof. Victor Stoica, Inspectoratul Școlar al Municipiului București*

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.