

**Etapa județeană, a sectoarelor municipiului București,
a Olimpiadei de Astronomie și Astrofizică
2 martie 2019**

S1

Barem de evaluare și de notare

Pagina 1 din 4

BAREM DE CORECTARE → Seniori 1

Subiectul I – 25 puncte

1	2	3	4		5	6	7		8	9	10
			A	B			A	B			
d	d	a	c	c	c	b	c	a	c	b	d
2,5p	2,5p	2,5p	2p	0,5p	2,5p	2,5p	1,5p	1p	2,5p	2,5p	2,5p

2.

$$I_1 = 10^{-0,4m_1}; \quad I_2 = 10^{-0,4m_2}; \quad \frac{I_2}{I_1} = 10^{-0,4(m_2-m_1)} = 10^{-2}; \quad I_1 = 100I_2; \quad \Delta I = -99I_2$$

3.

$$\frac{T^2}{a^3}(m_1 + m_2) = \frac{T_p^2}{a_p^3}(M_p + M_\odot); \quad m_1 + m_2 = \frac{a^3}{T^2}M_\odot; \quad M = m_1 + m_2$$

$$M = \frac{3375}{1764} = 1,913M_\odot$$

4.

$$\frac{31'28''}{x} = \frac{a-c}{a+c}; \quad \frac{c}{a} = e; \quad \frac{a(1-e)}{a(1+e)} = \frac{1-0,017}{1+0,017} = 0,9665683; \quad x = 31'28'' \frac{1+e}{1-e} = \frac{1888''}{0,9665683} = 1953,30'' = 32'33''$$

5.

$$\lambda_{\max} T = 0,29 \cdot 10^{-2} \text{mK}; \quad \lambda_{\max} = \frac{0,29 \cdot 10^{-2} \text{mK}}{T}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{29 \cdot 10^{-4} \text{m}}{4273}; \quad T = t + 273; \quad \lambda_{\max} = 678,68 \cdot 10^{-9} \text{m} = 678,69 \text{nm}$$

6.

$$\phi = I = \frac{L}{4\pi d^2}; \quad I_{\text{Supernova}} = \frac{nL_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Supernova}}^2}; \quad I_{\text{Soare}} = \frac{L_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Soare}}^2}$$

$$\frac{L_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Soare}}^2} = \frac{nL_{\text{Soare}}}{4\pi D_{\text{P-Supernova}}^2}; \quad n = \frac{D_{\text{P-Supernova}}^2}{D_{\text{P-Soare}}^2} = \frac{0,8^2 \text{pc}^2}{0,484817^2 \cdot 10^{-10} \text{pc}^2} = 2,723 \cdot 10^{10} \text{ori}$$

7.

$$a = 6370 \text{km} + \frac{200 + 1550}{2} \text{km} = 7245 \text{km}$$

8.

$$t_{\text{Stea}} = 7 \cdot 10^{-4} c^2 \frac{M}{L} = 7 \cdot 10^{-4} c^2 \frac{4M_S}{100L_S} \cong 4 \cdot 10^8 \text{ani}$$

9.

$$M = \rho V = \rho \frac{4\pi R^3}{3} = 1,308 \cdot 10^{15} \text{kg}; \quad v = \sqrt{\frac{KM}{R}} = 4,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

10.

$$f_{\text{ob}} = d - f_{\text{oc}} = 30 \text{cm}; \quad \frac{f_{\text{oc}}}{f_{\text{ob}}} = \frac{r_{\text{oc}}}{r_{\text{ob}}}; \quad r_{\text{ob}} = 3 \text{cm}; \quad d_{\text{ob}} = 6 \text{cm}$$

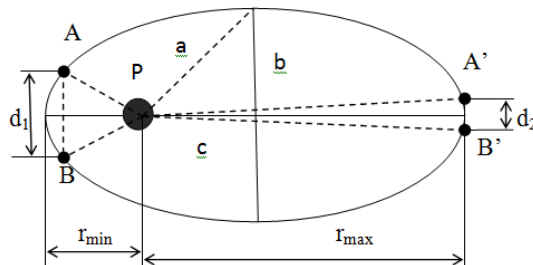
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 2 din 4

Subiectul II – 50 puncte

A. – 20 p

a.



Pe porțiuni mici coardele AB și $A'B'$ se confundă cu arcele corespunzătoare. Utilizând legea a II-a a lui Kepler și ținând seama că arcele se aproximează cu coardele dintre punctele în care se găsesc sateliții, avem:

$$\frac{1}{2}d_1r_{min} = \frac{1}{2}d_2r_{max}; \quad \frac{1}{2}(r_{min} + r_{max}) = a$$

Calculăm perioada unui satelit lansat la distanța minimă de planetă în funcție de raza planetei R_0 , pentru a o utiliza în legea a III-a a lui Kepler, pentru mișcarea sateliților pe elipsă:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}; \quad \frac{kMm}{R_0^2} = \omega_0^2 R_0 m; \quad \omega_0^2 = \frac{kM}{R_0^3}; \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R_0^3}{kM}}; \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{T_0^2}{R_0^3}$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2 \frac{R_0^3}{kM}} = \frac{[0,5(r_{min} + r_{max})]^3}{R_0^3} r_{min} + r_{max} = \sqrt[3]{\frac{2T^2 kM}{\pi^2}}; \quad d_1 r_{max} = d_2 r_{min};$$

$$r_{min} = \frac{d_1}{d_1 + d_2} \sqrt[3]{\frac{2T^2 kM}{\pi^2}}$$

b.

$$r_{min} + r_{max} = 2a; \quad c = a - r_{min}; \quad a^2 - c^2 = b^2; \quad b^2 = a^2 - (a - r_{min})^2$$

$$b^2 = r_{min}(2a - r_{min}); \quad b^2 = r_{min}(r_{min} + r_{max} - r_{max})$$

$$b^2 = r_{min} \cdot r_{max}; \quad b = \frac{\sqrt{d_1 d_2}}{d_1 + d_2} \sqrt[3]{\frac{2T^2 kM}{\pi^2}}$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

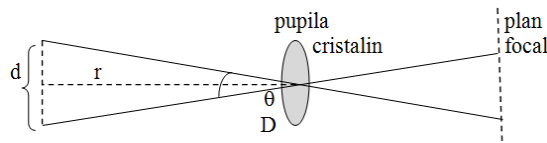
Pagina 3 din 4

B. – 10 p

Utilizând relația lui Rayleigh obținem:

$$\frac{\theta}{2}r = \frac{d}{2}; \theta = \frac{d}{r} = \frac{600\text{km}}{55,65 \cdot 10^6\text{km}} \cong 0,0000107 \cong 1,07 \cdot 10^{-5}\text{rad}$$

$$D_{\min} = \frac{1,22\lambda}{\theta} = \frac{1,22 \cdot 500 \cdot 10^{-9}\text{m}}{1,07 \cdot 10^{-5}} \cong 5,71 \cdot 10^{-2}\text{m} = 5,7\text{cm}$$



Deoarece diametrul deschiderii circulare a pupilei umane este $D = 6\text{ mm}$, atunci obținând $D_{\min} > D$, rezultă că nu este posibilă observarea cu ochiul liber a muntelui Olympus aflat pe Marte.

C. – 20 p

Utilizăm ecuațiile pentru energia totală a sistemului și momentul cinetic, în care eliminăm viteza:

$$E = -\frac{kM_S M_P}{r} + \frac{M_P v^2}{2}$$

$$L = M_P v r \sin \frac{\pi}{2}$$

$$E = -\frac{kM_S M_P}{r} + \frac{M_P L^2}{2m^2 r^2}; \frac{L^2}{2M_P} \cdot \frac{1}{r^2} - kM_S M_P \frac{1}{r} - E = 0; \quad x = \frac{1}{r}$$

$$x_{1,2} = \frac{kM_P^2 M_S}{L^2} \pm \sqrt{\frac{k^2 M_P^4 M_S^2}{L^4} + \frac{2EM_P}{L^2}}$$

$$r_{\min} = \left[\frac{kM_P^2 M_S}{L^2} + \sqrt{\frac{k^2 M_P^4 M_S^2}{L^4} + \frac{2EM_P}{L^2}} \right]^{-1} \quad r_{\max} = \left[\frac{kM_P^2 M_S}{L^2} - \sqrt{\frac{k^2 M_P^4 M_S^2}{L^4} + \frac{2EM_P}{L^2}} \right]^{-1}$$

$$2a = r_{\min} + r_{\max}$$

$$a = -\frac{2kM_P^2 M_S}{2L^2} \cdot \frac{L^2}{2EM_P}; \quad a = -\frac{kM_P M_S}{2E}$$

La același rezultat pentru determinarea semiaxei mari a , se poate ajunge printr-o soluție mai simplă, introducând în ecuația energiei totale E , viteza planetei pe o orbită presupusă circulară.

$$E = -\frac{kM_S M_P}{r} + \frac{M_P v^2}{2}; \quad r = a; \quad k \frac{M_P M_S}{a^2} = M_P \frac{v^2}{a}$$

$$v = \sqrt{\frac{kM_S}{a}}; \quad E = -\frac{kM_P M_S}{2a}$$

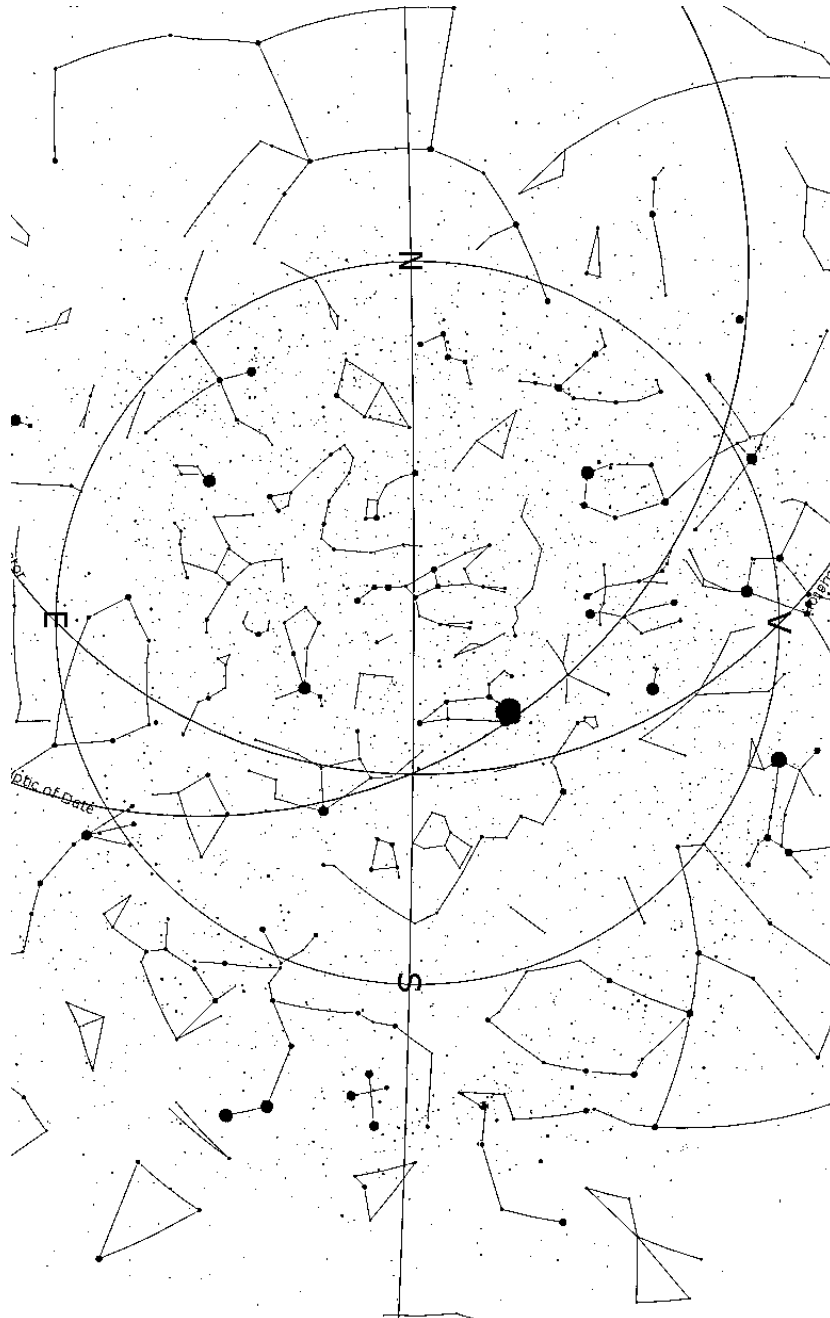
$$a = -\frac{kM_P M_S}{2E}$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 4 din 4

Subiectul III – 25 puncte

1. Identificarea punctelor cardinale.....2p
2. Trasarea corectă și notarea corectă.....4p
3. $T_S \approx 12h$4p
4. β Aur ($\alpha = 6h$, $\delta = 45^\circ$); α Hya ($\alpha = 9h30m$, $\delta = -9^\circ \div -10^\circ$).....4p
5. Indicarea corectă a constelațiilor de la nord de ecuator.....4p
6. $T_l = 00:20 \div 00:30$4p
7. $\varphi = 45^\circ$3p



1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.