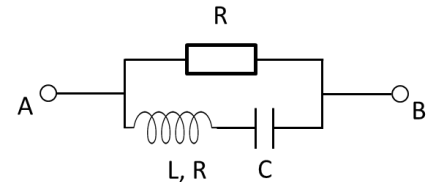


## Subiectul I:

(10 puncte)

### Circuite curenți alternativ

Un elev studiază circuitul din figura alăturată, care conține o bobină cu inductanța  $L = 0,5 \text{ H}$  și rezistența electrică  $R = 500\Omega$ , un condensator cu capacitatea  $C = 50\mu\text{F}$  și un rezistor cu rezistența electrică  $R = 500\Omega$ . Rezistorul și condensatorul au un comportament care poate fi aproximat ca fiind ideal. Circuitul electric este alimentat de la un generator de tensiune electrică alternativă sinusoidală, a cărei valoare efectivă este constantă,  $U = 200 \text{ V}$  și a cărei frecvență poate fi modificată într-un domeniu foarte larg. Pentru măsurarea intensității curentului electric din circuit se conectează un ampermetru în serie cu sursa electrică și cu circuitul.



- Determinați valoarea pulsației de rezonanță a circuitului;
- Calculați valorile extreme ale intensității **efective** a curentului electric indicat de ampermetru și reprezentați grafic, calitativ, dependența acestei intensități de frecvența sursei electrice;
- Determinați valorile frecvențelor de tăiere  $\nu_1$  și  $\nu_2$  ( $\nu_1 < \nu_2$ ) care delimitează banda de trecere a circuitului, lărgimea benzii de trecere având valoarea  $\Delta\nu = 225\text{Hz}$ .

Elevul studiază acum o "cutie neagră" care conține un circuit electric cu două borne, format din trei elemente **pasive** ideale conectate între ele. Se realizează o serie de măsurători care au ca scop: identificarea elementelor de circuit din cutie, determinarea valorilor acestora dar și a modului/schemei electrice de conectare. Se observă următoarele comportamente ale circuitului electric din cutia neagră:

- Dacă la bornele cutiei se leagă un ohmmetru (*aparatură care conține o sursă de curent continuu*), indicația acestuia crește foarte repede de la valoarea inițială la infinit.

Se îndepărtează ohmmetrul și se leagă bornele "cutiei negre" generatorul de tensiune electrică alternativă sinusoidală de mai sus. Pentru măsurarea intensității curentului electric din circuit se conectează în serie cu sursa electrică și "cutia neagră" un ampermetru, iar pentru măsurarea defazajului dintre intensitatea curentului din circuit și tensiunea de la borne se utilizează un osciloscop/fazmetru. Se consideră că aparatele de măsură au efecte neglijabile asupra circuitului. Modificând frecvența tensiunii alternative și urmărind indicațiile aparatelor se constată că:

- Există o valoare a frecvenței pentru care defazajul este nul.
- Defazajul nu este  $\pi/2$  pentru nicio valoare a frecvenței tensiunii alternative.
- La frecvențe foarte mari, intensitatea curentului tinde spre o valoare constantă,  $I_s = 0,2\text{A}$ .

Pe baza măsurătorilor efectuate, respectiv a comportamentului circuitului electric la diferite frecvențe ale tensiunii electrice de la borne:

- Deduceți schema electrică a circuitului din "cutia neagră" argumentând calitativ fiecare concluzie la care ajungeți;
- Trasați diagrama fazorială a circuitului electric din "cutia neagră", la o frecvență oarecare.
- Determinați valorile celor trei elemente de circuit din "cutia neagră", dacă la  $\omega_0 = 500 \text{ rad/s}$  defazajul dintre intensitatea curentului din circuit și tensiunea de la borne este nul, iar ampermetrul indică  $I_0 = 0,4 \text{ A}$ .

**Subiectul II:**

**(10 puncte)**

**Efectul Sunyaev-Zel'dovich**

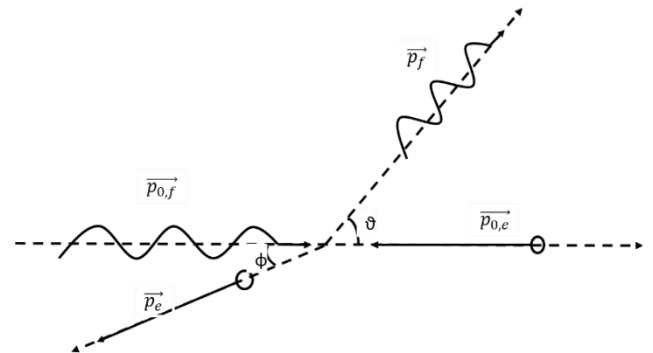
Un important instrument de studiu în domeniul astrofizicii îl reprezintă efectul Sunyaev-Zel'dovich care constă în distorsionarea radiației cosmice de fond de microunde de către electronii de mare energie din "atmosfera" grupurilor de galaxii prin împrăștierea Compton inversă.

Împrăștierea Compton inversă constă, în acest caz, în creșterea energiei fotonilor din radiația cosmică de fond cu lungimea de undă de 1,9 mm (frecvența de 160,4 GHz) datorită interacțiunii acestora cu electronii relativști din grupurile de galaxii.

Vă propun să analizați acest fenomen în cadrul unui model simplu.

Un foton cu frecvența  $\nu_i$  interacționează "frontal" cu un electron relativist cu energia  $E_i$ . Fotonul este împrăștiat sub un unghi  $\vartheta$  față de direcția sa inițială de deplasare.

Se cunosc: masa electronului  $m_e \cong 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, constanta lui Planck  $h \cong 6,6 \cdot 10^{-34}$  Js și viteza luminii în vid  $c \cong 3 \cdot 10^8$  m/s.



- Calculează energia de repaus  $E_0$  a electronului și energia  $\varepsilon_i$  a fotonului incident din radiația cosmică de fond, exprimate în eV, apoi compară între ele valorile numerice obținute.
- Scrive relațiile energie-impuls pentru electronul incident și pentru cel împrăștiat, respectiv legea de conservare a energiei în procesul analizat.
- Scrive legea vectorială de conservare a impulsului mecanic și desenează diagrama corespunzătoare.
- Stabilește expresia matematică a frecvenței  $\nu_f$  a fotonului împrăștiat în funcție de frecvența  $\nu_i$  a fotonului incident, energia  $E_i$  a electronului incident, impulsul  $p_{0,e}$  al electronului incident și valoarea unghiului  $\vartheta$  de împrăștiere a fotonului.
- Determină expresia matematică de dependență a energiei  $\varepsilon_f$  a fotonului împrăștiat în funcție de energia  $\varepsilon_i$  a fotonului incident, energia de repaus  $E_0$  a electronului și de factorul Lorentz  $\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}}$  al electronului incident.
- Pentru  $\gamma \gg 1$  stabilește expresia care redă cu aproximație dependența energiei  $\varepsilon_f$ , a fotonului împrăștiat, de energia  $\varepsilon_i$ , a fotonului incident corespunzătoare unghiului de împrăștiere  $\vartheta = 180^\circ$  (pentru care  $\varepsilon_f$  este maximă).
- Calculează lungimea de undă  $\lambda_f$  a fotonului împrăștiat sub unghiul  $\vartheta = 180^\circ$  pentru  $\gamma = 250$ .
- Determină relația care se obține pentru variația  $\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i$  a lungimii de undă a fotonului pentru cazul particular  $\gamma = 1$ .

**Subiectul III:**

**(10 puncte)**

**Fotonul, racheta fonică și viteza relativă relativistă**

Un mobil M se deplasează de-a lungul axei  $O'Y'$ , cu viteza  $\vec{v}' = \text{constant}$  în raport cu observatorul  $O'$  din  $S'$ , iar translația, cu viteza  $\vec{v}_0 = \text{constant}$ , a sistemului  $S'$  față de  $S$  se face de-a lungul axelor comune  $O'Y'$  și  $OY$ , în timp ce  $O'X' \parallel OX$  și  $O'Z' \parallel OZ$ .

**a)** Considerând că  $v' = c$ , adică mobilul M este un foton (a cărui viteză, față de observatorul  $O'$  din  $S'$ , este viteza luminii în vid) să se determine viteza fotonului,  $v$ , față de observatorul  $O$  din  $S$ .

**b)** Considerând că sistemul mobil  $S'$  este o rachetă fonică ideală, care se deplasează, față de observatorul  $O$  din  $S$ , rectiliniu și uniform cu o viteză egală cu viteza luminii în vid ( $v_0 = c$ ) și că mobilul M, care se deplasează față de observatorul  $O'$  din  $S'$ , este un foton (a cărui viteză relativă este  $v' = c$ ), să se determine viteza fotonului față de observatorul  $O$  din  $S$ .

**c)** Știind că mobilul M este fotonul care se deplasează în planul  $X'O'Y'$ , pe o direcție care formează unghiul  $\theta'$  cu axa  $O'X'$ , să se determine unghiul  $\theta$ , reprezentând direcția deplasării fotonului în raport cu axa  $OX$  a sistemului fix,  $S$ . Se știe că translația cu viteza  $\vec{v}_0 = \text{constant}$  a sistemului  $S'$  față de  $S$  se face de-a lungul axelor comune  $O'Y'$  și  $OY$ , iar  $O'X' \parallel OX$  și  $O'Z' \parallel OZ$ . Cazuri particulare: **1)**  $\theta' = 0^\circ$ ; **2)**  $\theta' = 90^\circ$ .

**d)** Știind că modulul vectorului viteză relativă relativistă,  $\vec{v}_{21,\text{relativist}}$ , al unui punct material  $P_2$ , în raport cu un punct material  $P_1$ , care se deplasează cu vitezele  $\vec{v}_1$  și respectiv  $\vec{v}_2$ , în raport cu sistemul inerțial fix,  $S$ , pe două direcții concurente, care formează între ele un unghi  $\alpha$ , este dat de expresia:

$$v_{21,\text{relativist}} = \frac{\sqrt{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2 - \frac{1}{c^2} (\vec{v}_2 \times \vec{v}_1)^2}}{1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2}},$$

și admitând că cele două puncte materiale considerate,  $P_1$  și respectiv  $P_2$ , sunt doi fotoni, să se determine modulul vitezei relative relativiste a unui foton,  $v_{21,\text{relativist}}$ , în raport cu celălalt foton.

*Subiecte propuse de:*

*prof. Florin BUTUȘINĂ – Colegiul Național "Simion Bărnuțiu", Șimleu-Silvaniei*

*prof. Constantin GAVRILĂ – Colegiul Național "Sfântul Sava", București*

*prof. dr. Mihail SANDU – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești*

*prof. Viorel SOLSCHI, Colegiul Național „Mihai Eminescu” – Satu Mare*