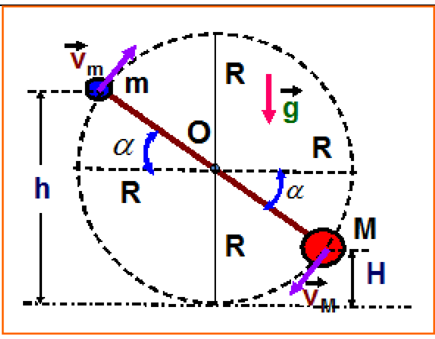
BAREM DE NOTARE / EVALUARE / CORECTARE → Clasa a X-a

Subiect I - MECANICĂ CLASICĂ ŞI OPTICĂ GEOMETRICĂ	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect I		**10 puncte**
Problema I. Mişcări fără frecări şi fenomene optice		**10 puncte**
Problema I.A.		**2 puncte**
Resortul este comprimat la maxim în momentul în care ***viteza relativă*** dintre cele două corpuri devine ***zero***.	**0,50 p**	
Pe baza legilor conservării impulsului şi energiei mecanice putem scrie: $m\cdot \mathrm{v}=(m+M)\cdot u$	**0,50 p**	
$\frac{1}{2}m\cdot \mathrm{v}^2=\frac{1}{2}k\cdot \Delta\ell_{max}^2+\frac{1}{2}(m+M)\cdot u^2$	**0,50 p**	
$\Delta\ell_{max}=\mathrm{v}\cdot\sqrt{\frac{mM}{k(m+M)}}$	**0,50 p**	
Problema I.B.		**4,50 puncte**
a.) Din legea conservării energiei $E_c+E_p=E$ rezultă: $\frac{1}{2}(m+M)\cdot \mathrm{v}^2+m\cdot g\cdot h+M\cdot g\cdot H=M\cdot g\cdot 2R$. 	**0,25 p**	
Cum $E_c=E_p \Rightarrow \mathrm{v}=\sqrt{2\frac{MgR}{m+M}}$;...............	**0,50 p**	
b.) Făcând bilanţul energetic la trecerea prin poziţia orizontală a tijei rezultă $\mathrm{v}_0=\sqrt{2\frac{(M-m)gR}{m+M}}$; Rezultă: $\mathbf{v}>\mathbf{v}_0$.	**0,25 p**	
Tija ocupă poziţia din figura alăturată, când: $M>m$.	**0,25 p**	
Putem scrie: $h=R(1+\sin\alpha)$ şi $H=R(1-\sin\alpha)$.	**0,25 p**	
Din egalitatea $E_c=E_p \Rightarrow m\cdot h+M\cdot H=M\cdot R$.	**0,25 p**	
După înlocuirea lui h şi H se obţine: $\sin\alpha=\frac{m}{M-m}$	**0,50 p**	
<u>OBS</u>. În desenul din barem este figurată doar o configurație. Cealaltă este cea în care tija este așezată simetric față de verticala prin O [corespunde unghiului $(\pi-\alpha)$, iar sinusul are aceeași valoare]. Trebuie redistribuit punctajul să poată		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

acoperi și această posibilitate. ………………………………………….……… **0,25 p**

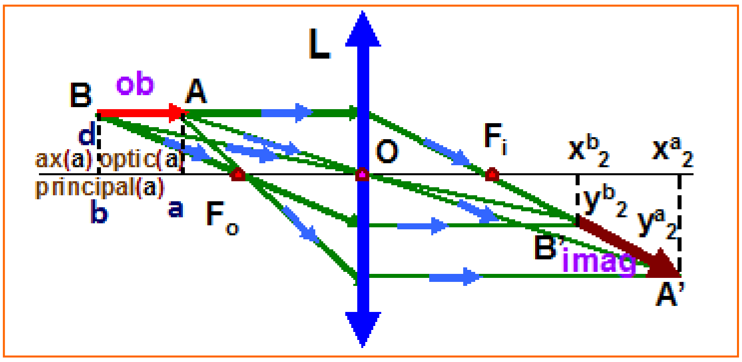
c.) Pentru ca energia potențială inițială să poată scădea la jumătate, trebuie ca energia potențială minimă să fie mai mică decât jumătatea energiei potențiale inițiale, adică $\frac{Mg\cdot 2R}{2}\geq mg\cdot 2R \Rightarrow M\geq 2m$. ……………….…………….……. **0,25 p**

Același lucru rezultă și impunând condiția: $\sin\alpha\leq 1\Rightarrow M\geq 2m$.

d.) Folosind **formula punctelor conjugate** și **mărirea/mărimea liniară transversală** a lentilei optice, putem scrie relațiile:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f},\ \beta=\frac{y_2}{y_1}=\frac{x_2}{x_1},\ \text{…………………………………..} \quad \textbf{0,25 p}$$

putem scrie: $x_2^A=\frac{f\cdot a}{a-f},\ x_2^B=\frac{f\cdot b}{b-f},\ \frac{y_2^A}{d}=\frac{x_2^A}{-a},\ \frac{y_2^B}{d}=\frac{x_2^B}{-b}$, ………………… **0,25 p**



0,50 p

$$l^2=(x_2^A-x_2^B)^2+(y_2^A-y_2^B)^2 \text{…………………………} \quad \textbf{0,25 p}$$

În final obținem :

$$l=f\sqrt{f^2+d^2}\left(\frac{1}{a-f}-\frac{1}{b-f}\right)=\frac{(b-a)f\sqrt{f^2+d^2}}{(a-f)(b-f)} \text{…………..…..} \quad \textbf{0,50 p}$$

Problema I.C. Imagini în sistemul (lentilă + oglindă plană) — 3,50 puncte

După refracțiile din lentilă și reflexia pe oglinda plană, raza de lumină AC trebuie să se întoarcă pe drumul $A'C$. Acest lucru este posibil numai dacă incidența pe oglindă este ***normală*** (adică paralelă cu axul optic principal al lentilei). La revenire, ea va trece prin focarul (obiect) de la stânga lentilei. Acesta este chiar punctul C. Așadar, $CO=f$ (este chiar ***distanța focală*** a lentilei). …… **0,50 p**

Acum putem spune că punctul obiect B se află în planul focal. Un fascicul luminos nu prea larg, ce pleacă din B (divergent) devine paralel după ce trece prin lentilă și reflectându-se pe oglindă, rămâne tot paralel. La doua trecere prin lentilă el focalizează într-un punct. Rezultă că B' este tot în planul focal al lentilei. …… **0,25 p**

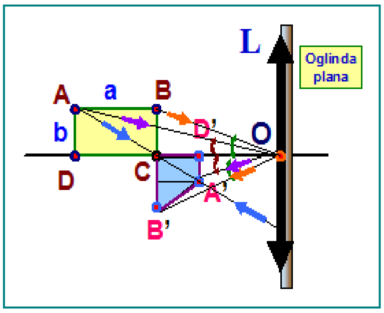
Raza BO este un ax optic secundar al lentilei și nu suferă frângere la trecerea prin punctul O. Unghiul BOC este unghi de incidență pe oglindă. Unghiul CLB' este egal cu cel de incidență (BOC) .... **0,25 p**

Desigur, OB' (ca și BO) este un alt ax optic secundar al lentilei. Acum putem spune că $CB' = CB = b$. .... **0,25 p**

Asemănarea triunghiurilor ADC și $A'D'C$ ne dă relația
$A'D' = (AD/DC)\cdot CD' = (b/a)\cdot CD'$. .... **0,25 p**

Egalitatea unghiurilor AOC și $A'OC$ ne permite să scriem $AD/DO = A'D'/D'O$ sau $b/(f+a) = (b/a)(CD')/(f - CD')$. De aici găsim că

$$CD' = \frac{af}{f+2a} = \frac{a}{1+\dfrac{2a}{f}}$$ .... **0,50 p**



0,50 p (desen)

Apoi, baza mică a trapezului imagine este
$A'D' = [af/(f+2a)]\cdot(b/a) = bf/(f+2a) =$

$$= \frac{b}{1+\dfrac{2a}{f}}$$ ..... **0,50 p**

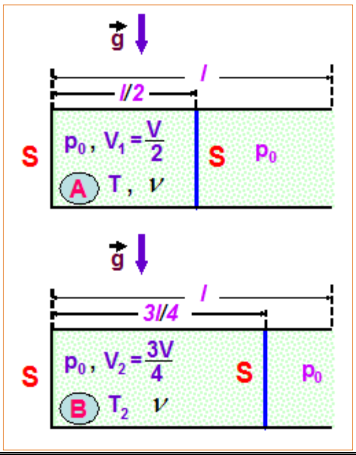
Raportul dintre ariile imaginii/ ***trapezului dreptunghic*** $A'B'CD'$ și obiectului ***dreptunghiului*** $ABCD$ este:

$$\frac{A_{im.}}{A_{ob.}} = \frac{1+\dfrac{a}{f}}{\left(1+\dfrac{2a}{f}\right)^2}$$ .... **0,50 p**

Subiect II - TERMODINAMICĂ

Problema a II-a. Fenomene termice - cilindru încălzit

a.) Din ecuația termică de stare a gazului ideal, Clapeyron–Mendeleev: $p\cdot V = \nu RT$, în cazul nostru avem : $p_0\cdot\dfrac{V}{2} = \nu RT \Rightarrow V = \dfrac{2\nu RT}{p_0}$ . ... **0,25 p**



Folosind ecuația primului principiul al termodinamicii putem scrie:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + L_{AB}$$ .... **0,25 p**

$Q_{AB} = \nu C_V (T_2 - T) + p_0 \cdot \Delta V$, unde A și **B** sunt stările inițială și respectiv finală al gazului închis de piston în cilindru, procesul **A→B** fiind o transformare izobară. Conform legii transformării izobare: $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$, care în cazul nostru se scrie:

$$\frac{V/2}{T} = \frac{3V/4}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{3}{2}T$$ . ... **0,25 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Căldura Q_1 ce trebuie furnizată gazului astfel încât noua poziție de echilibru a pistonului să fie situată la distanța $\frac{3\ell}{4}$, de capătul închis al acestuia, va fi:

$Q_{AB} = \nu C_V(T_2 - T) + p_0 \cdot \left(\frac{3V}{4} - \frac{V}{2}\right)$. .... **0,50 p**

$Q_{AB} = \nu\frac{5}{2}R(\frac{3}{2}T - T) + p_0 \cdot \left(\frac{3V}{4} - \frac{2V}{4}\right) = \frac{5}{4}\nu RT + p_0\frac{V}{4} = \frac{7}{4}\nu RT \cong 8.729{,}7\,J$. ...... **0,75 p**

b.) Din ecuațiile termice de stare, avem: $p_0 \cdot \frac{V}{2} = \nu RT$ .... **0,50 p**

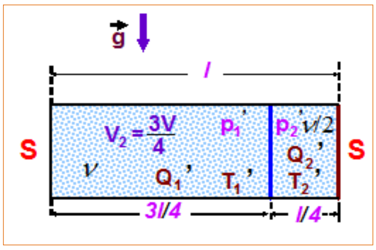
$p_0 \cdot \frac{V}{4} = \nu' RT$, ... **0,50 p**

de unde prin împărțirea membru cu membru a celor două relații de mai sus, rezultă că numărul de moli de gaz ce trebuie eliminați (din compartimentul deschis al cilindrului) prin deplasarea pistonului va fi: $\nu' = \frac{\nu}{2} = 1\,mol$.... **1 p**

c.) Căldurile furnizate celor două compartimente vor fi:

$Q_1' = \nu C_V(T_1' - T_2)$ și respectiv .... **0,50 p**

$Q_2' = \frac{\nu}{2}C_V(T_2' - T)$. .... **0,50 p**



La echilibru mecanic, vom avea egalitatea presiunilor: $p_1' = p_2'$, iar din ecuațiile termice de stare ale gazului ideal, scrise în această stare avem: $p_1' = \frac{\nu RT_1'}{3V/4}$; $p_2' = \frac{(\nu/2)RT_1'}{V/4}$, de unde rezultă: **0,50 p**

$\frac{T_1'}{T_2'} = \frac{3}{2}$, iar după înlocuiri obținem: $\frac{Q_1'}{Q_2'} = 3$. .... **1 p** **1 p**

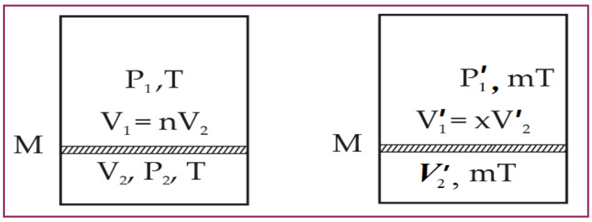
d.) ***Raportul energiilor interne*** ale gazelor din cele două compartimente în urma încălzirii lor, este: $\frac{U_1'}{U_2'} = \frac{\nu C_V T_1'}{(\nu/2)C_V T_2'} = 2\frac{T_1'}{T_2'} = 3$............................ **2,50 p**

Subiect III - TERMODINAMICĂ

Problema a III-a. Procese termodinamice generale (A+ B+C) — 10 puncte

Problema III.A. — 3 puncte

$$\begin{cases} p_2 = p_1 + \dfrac{Mg}{S} \\ p_1 \cdot nV_2 = p_2 \cdot V_2 = \nu RT \end{cases}$$ .... **0,75 p**



$V_2 = \dfrac{V}{n+1}$, unde V este volumul total al cilindrului. .... **0,25 p**

$$\begin{cases} p_2' = p_1' + \dfrac{Mg}{S} \\ p_1' V_1' = p_2' V_2' = \nu \cdot R \cdot mT \end{cases}$$ .... **0,75 p**

$V_2' = \dfrac{V}{x+1}$. .... **0,25 p**

$\dfrac{Mg}{S} = \dfrac{(n^2-1)\nu RT}{nV} = \dfrac{(x^2-1)\nu R \cdot mT}{xV} \Rightarrow nm \cdot x^2 - (n^2-1) \cdot x - nm = 0$. .... **0,50 p**

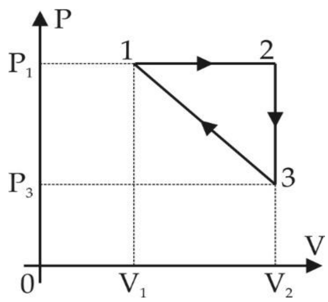
cu soluția fizică: $x = \dfrac{n^2 - 1 + \sqrt{(n^2-1)^2 + 4n^2 m^2}}{2nm}$. .... **0,50 p**

Problema III.B. Diverse transformări termodinamice — 4 puncte

$T_1 = T_3$, $a^2 \cdot V^2 - 3a \cdot V + 2 = 0$ cu soluțiile : $V_1 = \dfrac{1}{a}$ și $V_3 = \dfrac{2}{a} = V_2$. .... **1 p**

$1 \to 2$ $p = const.$, transformare izobară: $\dfrac{V}{T} = const.$ **1 p (figura)**

$2 \to 3$ $V = const.$ transformare izocoră: $\dfrac{p}{T} = const.$



$3 \to 1: T = \dfrac{1}{2} T_1 (3 - a \cdot V) a \cdot V$. Folosind ecuația termică de stare, Clapeyron–Mendeleev a gazului ideal: $p \cdot V = \nu RT$, deducem:

$$\frac{p \cdot V}{\nu R} = T = \frac{1}{2} T_1 \cdot 3a \cdot V - \frac{1}{2} T_1 \cdot a^2 \cdot V^2$$ .... **1 p**

$$\Rightarrow p = \frac{1}{2} \nu R T_1 \cdot 3a - \frac{1}{2} a^2 \cdot \nu R T_1 \cdot V \equiv \alpha \cdot V + \beta$$

cu $\alpha < 0$, $\beta > 0$, coeficienți constanți, deci $3 \to 1$, este o transformare liniară în diagrama de coordonate Clapeyron – Mendeleev, presiune – volum, pOV .

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Lucrul mecanic efectuat pe parcursul unui ciclu va fi aria triunghiului dreptunghic 123 în diagrama de coordonate, presiune – volum, pOV .

Deci:

$L=\frac{1}{2}(V_2-V_1)(p_1-p_3)=\frac{1}{4}\cdot\nu RT_1=831{,}4J$ .... **1 p**

Problema III.C. — **3 puncte**

$p_0\cdot V_0=\nu RT_0,\ p\cdot V=\nu RT$

$O\to A:\ \frac{p}{V}=\frac{p_0}{V_0}\Rightarrow p_A^2=\frac{p_0}{V_0}\cdot\nu RT_A\Rightarrow T_A=k^2\frac{p_0V_0}{\nu R}$

$O\to B:\ p_0\cdot V_B=\nu RT\Rightarrow V_B=\frac{\nu RT}{p_0}\Rightarrow T_B=T_A$ **0.25p**

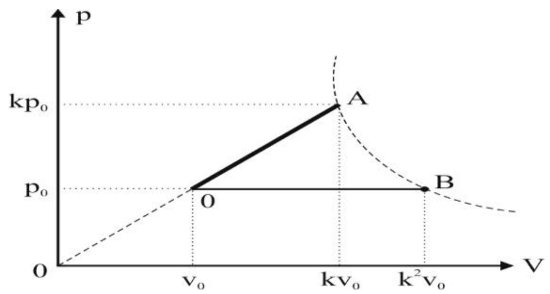
$p_A=k\cdot p_0\Rightarrow k^2\cdot p_0^2=\frac{p_0}{V_0}\cdot\nu RT$

$k^2\cdot p_0V_0=\nu RT\Rightarrow T=k^2\cdot T_0$ **0.50p**

$\Rightarrow V_B=\frac{\upsilon R\cdot k^2T_0}{p_0}=k^2\cdot V_0$ **0.50p**

$O\to A:\ p=k\cdot V$

$O\to B\ :p=const.$



0.25p

$\Delta U_{OA}=\Delta U_{OB}=\nu C_V(T-T_0)$ **0.25p**

$L_{OA}=\frac{p_0V_0(1+k)(k-1)}{2}=\frac{p_0V_0(k^2-1)}{2}$ **0.25p**

$L_{OB}=p_0V_0(k^2-1)$ **0.25p**

$Q=\Delta U+L$ **0.25p**

$\frac{Q_{OA}}{Q_{OB}}=\frac{\nu C_V(T-T_0)+\frac{p_0V_0}{2}(k^2-1)}{\nu C_V(T-T_0)+p_0V_0(k^2-1)}=\frac{\frac{3}{2}(k^2-1)+\frac{k^2-1}{2}}{\frac{3}{2}(k^2-1)+(k^2-1)}=\frac{4}{5}=0{,}8$ **0.50p**

Barem propus de:

prof. **TOMA** Ion**,** Colegiul Național ”*Mihai Viteazul* ”, București;

prof. **ANTONIE** Dumitru**,** Colegiul Tehnic nr.2,Târgu – Jiu.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.