

Subiectul I:
Circuite electrice

(10 puncte)

Vă propunem să studiați comportarea unor circuite electrice în regim tranzitoriu și în curent alternativ. În prima parte a analizei pe care o veți face este posibil să întâlniți ecuații de forma $a \frac{dy}{dt} + by + c = 0$ numite ecuații diferențiale neomogene, unde a, b, c sunt constante reale, iar $\frac{dy}{dt}$ reprezintă prima derivată în raport cu timpul a funcției $y = f(t)$. Soluțiile acestor ecuații sunt de forma $y(t) = Ae^{-\frac{b}{a}t} - \frac{c}{b}$, constanta A urmând a fi determinată din condițiile problemei.

A. Considerați un circuit electric serie format dintr-o bobină ideală cu inductanța L și un rezistor pur ohmic cu rezistența R , circuitul fiind alimentat de la o sursă ideală de curent continuu având t.e.m. \mathcal{E} , așa cum este ilustrat figura 1. Inițial circuitul este deschis, apoi la momentul $t_0 = 0$ întrerupătorul se închide și rămâne închis.

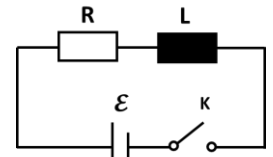


fig. 1

- a1. Determinați expresia intensității momentane curentului prin sursă;
- a2. Reprezentați grafic, calitativ, dependența $i = f(t)$ a intensității curentului electric din circuit, determinată la punctul precedent.

B. Considerați un circuit electric serie format dintr-un condensator ideal cu capacitatea C și un rezistor pur ohmic cu rezistența R , circuitul fiind alimentat de la o sursă ideală de curent continuu având t.e.m. \mathcal{E} , așa cum este ilustrat în figura 2. Inițial circuitul este deschis, iar condensatorul nu este încărcat cu sarcină electrică. La momentul $t_0 = 0$ întrerupătorul se închide și rămâne închis.

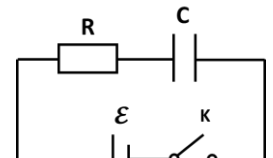


fig. 2

- b1. Determinați expresia sarcinii electrice momentane de pe armătura pozitivă a condensatorului în funcție de timp și expresia intensității momentane a curentului prin sursă în funcție de timp;
- b2. Reprezentați grafic, calitativ, dependența de timp a sarcinii electrice de pe armătura pozitivă a condensatorului și a intensității curentului care trece prin sursă.

C. Considerați un circuit electric format din două ramuri legate în paralel la bornele unei surse ideale de curent continuu, având de t.e.m. \mathcal{E} , fiecare ramură fiind formată dintr-un rezistor pur ohmic (R_1) înseriat cu o bobină ideală (L) și respectiv dintr-un rezistor pur ohmic (R_2) înseriat cu un condensator ideal (C), așa cum este ilustrat în figura 3. La momentul inițial întrerupătorul este deschis, iar condensatorul nu este încărcat cu sarcină electrică. La momentul $t_0 = 0$ întrerupătorul se închide și rămâne închis.

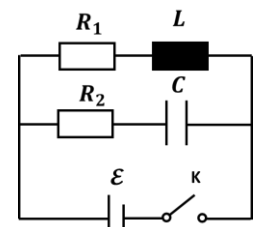


fig. 3

- c1. Determinați expresia momentană a intensității curentului care trece prin sursă;
- c2. Pentru situația particulară $R_1 = R_2 = R$, determinați condiția ca intensitatea curentului care trece prin sursă să fie independentă de valorile L și C , oricare ar fi acestea, nenule.

D. În circuitul electric de la punctul precedent, în care $R_1 = R_2 = R$, sursa de curent electric continuu este înlocuită cu o sursă de tensiune electrică alternativă sinusoidală, $u(t)$, a cărei frecvență poate fi variată într-un domeniu foarte larg și care asigură o tensiune efectivă constantă, așa cum este ilustrat în figura 4

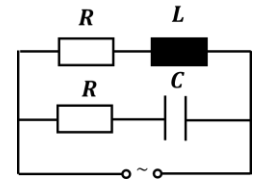


fig. 4

d1. Desenați diagramele fazoriale corespunzătoare ramurilor (R, L), (R, C) și apoi pentru întreg circuitul;

d2. Determinați valoarea raportului dintre puterea activă P și puterea aparentă S , dacă $R^2 = \frac{L}{C}$;

d3. Reprezentați grafic, calitativ, dependența $I = f(\omega)$ a intensității curentului electric din ramura principală în funcție de pulsația tensiunii electrice a sursei următoarele trei situații:

i) $R^2 < \frac{L}{C}$ ii) $R^2 = \frac{L}{C}$ iii) $R^2 > \frac{L}{C}$.

Subiectul II:

(10 puncte)

Naveta spațială și semaforul cosmic

În raport cu o sursă de oscilații, S , aflată în repaus, un observator, O' , se deplasează rectiliniu și uniform, cu viteza relativistă \vec{v} , așa cum indică desenul 1.1 din figura 1. Se cunoaște viteza undelor propagate, c .

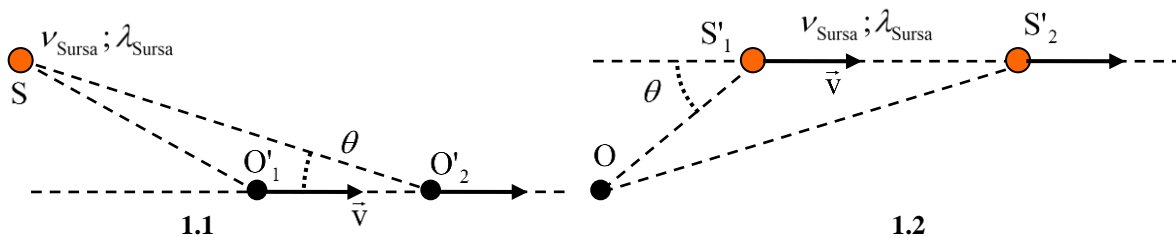


Fig. 1

a)

a1) Să se demonstreze că frecvența și lungimea de undă ale undei înregistrată de observatorul mobil, O' , corespunzând situației date, sunt date de expresiile:

$$v_{\text{Observator}} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cdot \cos \theta} \cdot v_{\text{Sursa}} ; \lambda_{\text{Observator}} = \frac{1 + \beta \cdot \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \lambda_{\text{Sursa}} ; \beta = \frac{v}{c}.$$

Cazuri particulare: 1) $\theta = 180^\circ$; 2) $\theta = 0^\circ$; 3) $\theta = 90^\circ$.

a2) Să se determine frecvența și lungimea de undă ale undei înregistrată de observatorul fix, O , $v_{\text{Observator}}$ și respectiv $\lambda_{\text{Observator}}$, dacă sursa de oscilații, S' , se deplasează rectiliniu și uniform, cu viteza \vec{v} , iar observatorul, O , este în repaus, corespunzând situației reprezentată în desenul din figura 1.2.

Cazuri particulare: 1) $\theta = 180^\circ$; 2) $\theta = 0^\circ$; 3) $\theta = 90^\circ$.

b) O navetă spațială, aflată pe un cosmodrom plan și orizontal, se apropie de o intersecție semaforizată, având o mișcare rectilinie și uniformă, așa cum indică desenul din figura 2, unde distanța dintre semafor și direcția deplasării navei spațiale este foarte mică, iar înălțimea navei spațiale este aceeași

cu înălțimea becurilor semaforului, astfel încât să se poată considera că becurile semaforului și conducătorul navei spațiale se află pe aceeași direcție orizontală.

Deși pentru un observator de pe cosmodrom becul 1 al semaforului avea culoarea roșie, conducătorul navei spațiale, apropiindu-se de semafor, a apreciat culoarea becului 1 al semaforului ca fiind verde și a trecut prin intersecție fără oprire.

Să se determine viteza v a navei spațiale pentru care a fost posibilă o astfel de apreciere.

Se cunosc: $\lambda_{\text{roșu}} = 6,5 \cdot 10^{-5}$ cm; $\lambda_{\text{verde}} = 5 \cdot 10^{-5}$ cm.

c) Să se precizeze ce culoare a avut lumina becului 2 al semaforului de pe sensul invers și ce culoare a luminii acestuia a observat conducătorul navei spațiale, privind în oglinda retrovizoare a vehiculului său, imediat după trecerea prin intersecție! Se vor analiza cele două cazuri posibile.

Se știe că: luminile de pe semafoarele celor două sensuri pot să fie, numai, alternativ, roșu și verde; sensibilitatea spectrală a ochiului omului este cuprinsă în intervalul $\lambda_{\text{min}} = 400$ nm \div $\lambda_{\text{max}} = 760$ nm.

d) Să se precizeze ce culoare ar fi putut avea lumina becului 1 al semaforului, de pe sensul direct, și să se determine pentru ce valoare a vitezei navei spațiale, conducătorul vehiculului cosmic, care se apropia de intersecție, ar fi apreciat că becul 1 al semaforului nu funcționa!

e) Să se precizeze ce culoare ar fi putut avea lumina becului 2 al semaforului de pe sensul invers, și să se determine pentru ce valoare a vitezei navei cosmice, dacă, după trecerea prin intersecție, privind în oglinda retrovizoare, conducătorul vehiculului ar fi apreciat că becul 2 al semaforului nu funcționează. Se vor analiza cele două cazuri posibile.

f) Să considerăm acum că direcția deplasării navei spațiale este departe de semafor, acesta fiind acum, așa cum indică desenul din figura 3, un singur bec, tot timpul aprins, lumina emisă de acesta fiind permanent aceeași (fie roșie, fie verde).

Să se determine culoarea luminii becului, apreciată de conducătorul navei spațiale, care se deplasează cu viteza v , determinată la punctul (b), atunci când distanța dintre bec și naveta spațială va fi minimă. Se vor analiza ambele situații.

g) Să se determine culoarea luminii becului, apreciată de conducătorul navei spațiale, atunci când naveta spațială se deplasează uniform, cu viteza v , determinată la punctul (b), pe un cerc, în jurul becului semaforului. Se vor analiza ambele situații.

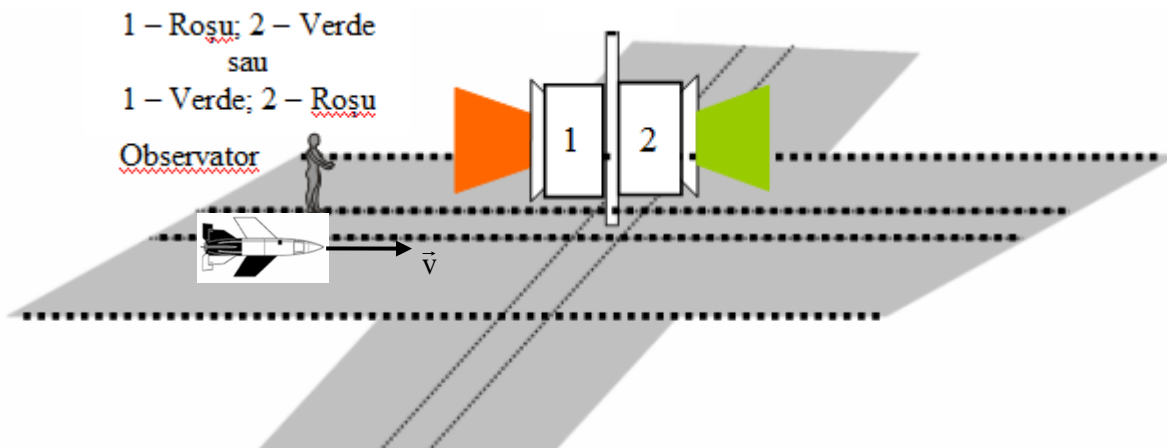


Fig. 2

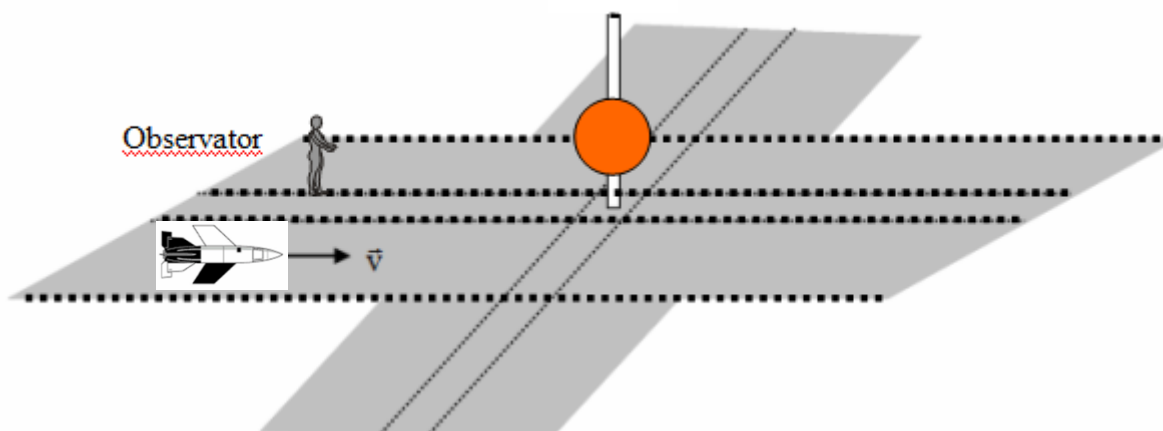


Fig. 3

Subiectul III:

(10 puncte)

Atomi "exotici"

A. Un atom "exotic" se obține prin înlocuirea unui electron din învelișul electronic al unui atom obișnuit cu o altă particulă negativă, de exemplu un mezon π^- (pion negativ). Un mezon π^- are masa $m = 2,4 \cdot 10^{-28}$ kg și sarcina electrică egală cu a electronului. Vom considera valabil modelul atomic nerelativist al lui Bohr.

a) Un mezon π^- se deplasează pe o traiectorie circulară în jurul unui proton fix. Scrie relația de cuantificare a razei orbitei mezonului π^- și calculează cea mai mică valoare posibilă a acesteia.

b) Hidrogen 4.1 (heliul miuonic)

Unul dintre electronii unui atom de heliu este înlocuit cu un mezon π^- . Deoarece raza orbitei mezonului este mult mai mică decât raza orbitei electronului putem considera că mezonul π^- face parte din nucleu. În aceste condiții atomul se comportă ca având în nucleu 2 protoni, doi neutroni și un mezon π^- .

Demonstrează că nivelele de energie ale acestui "atom" sunt identice cu cele ale hidrogenului.

c) Un mezon π^- orbitează un nucleu cu numărul atomic Z .

Considerând că raza nucleului depinde de numărul atomic după relația $R = 1,7 \cdot 10^{-15} Z^{\frac{1}{3}}$ m, estimează valoarea maximă a lui Z pentru care un asemenea atom poate exista.

B. Un alt atom hidrogenoid "exotic" este atomul πK (pion-kaon). Acesta este alcătuit din mezonii $\pi^+ K^-$ sau $\pi^- K^+$. Vom considera în continuare un atom πK alcătuit dintr-un pion π^- care are

masa $m_{\pi^-} \cong 273,18 m_e$ și un kaon K^+ care are masa $m_{K^+} \cong 966,6 m_e$ unde m_e este masa electronului. Cei doi mezoni au sarcinile electrice egale în modul cu sarcina electrică elementară e . Deoarece masele celor două componente sunt comparabile, acestea vor descrie o mișcare de rotație în jurul centrului comun de masă. Vom considera valabil modelul atomic nerelativist al lui Bohr.

- Dedu relația de cuantificare a distanței dintre cele două componente ale atomului π^-K^+ și calculează cea mai mică valoare a acesteia.
- Dedu relația de cuantificare a energiei totale pentru sistemul considerat și calculează valoarea acesteia în starea fundamentală.
- Calculează lungimea de undă maximă a unui foton care poate produce "ionizarea" atomului aflat inițial în starea fundamentală.

Se cunosc: masa electronului $m_e \cong 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, constanta lui Planck $h \cong 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s, sarcina electrică elementară $e \cong 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, viteza luminii în vid $c \cong 3 \cdot 10^8$ m/s și permitivitatea dielectrică a vidului $\epsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Subiecte propuse de:

prof. Florin BUTUȘINĂ – Colegiul Național "Simion Bărnuțiu", Șimleu-Silvaniei

prof. Constantin GAVRILĂ – Colegiul Național "Sfântul Sava", București

prof. dr. Mihail SANDU – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

prof. Viorel SOLSCHI, Colegiul Național „Mihai Eminescu” – Satu Mare