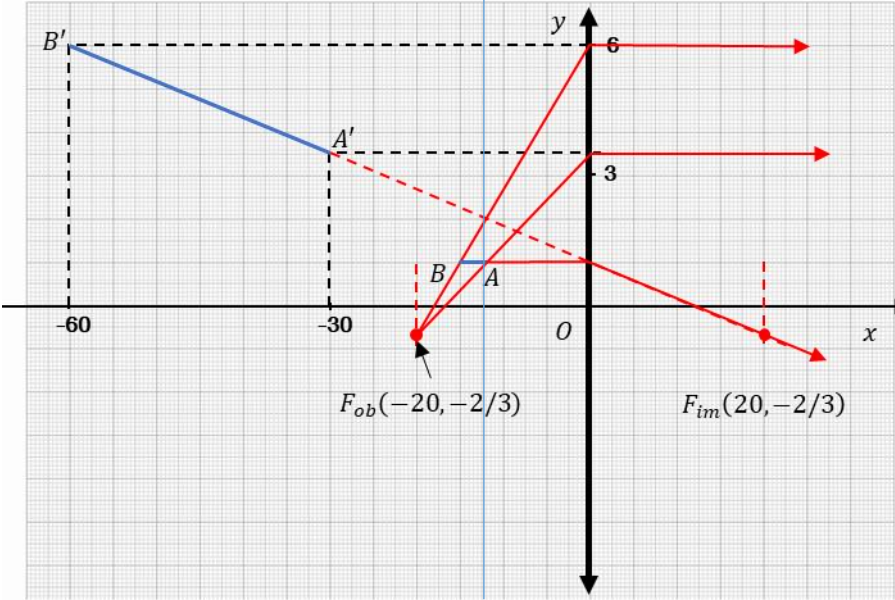


**Problema 1**

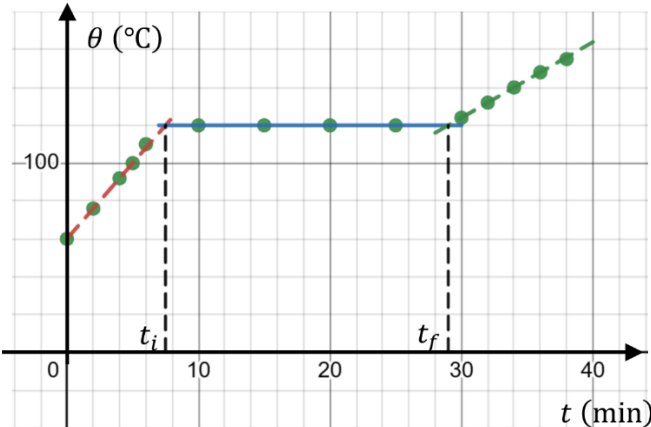
**(10 puncte)**

	Parțial	Punctaj
a)		
$\frac{1}{f_1} = (n_1 - 1) \left( \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right) \Rightarrow f_1 = \frac{R}{n_1 - 1} = 60 \text{ cm}$	0,4	3p
$\frac{1}{f_2} = (n_2 - 1) \left( \frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right) \Rightarrow f_2 = \frac{R}{n_2 - 1} = 30 \text{ cm}$	0,4	
$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}$	0,4	
$\frac{1}{x_2^*} - \frac{1}{x_1^*} = \frac{1}{f_2}$	0,4	
$x_1^* = x_2 - d$	0,4	
$x_2^* = 15 \text{ cm}$ imaginea se formează la 15 cm față de lentila $L_2$ în dreapta acesteia	0,5	
$\beta_S = \beta_1 \cdot \beta_2 = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_2^*}{x_1^*} = -\frac{1}{2}$	0,5	
b)		
aplicăm formulele dioptrului sferic $\frac{n_1}{a} - \frac{1}{x_1} = \frac{n_1 - 1}{R}$	0,8	3p
$\frac{n_2}{b} - \frac{n_1}{a - e_1} = 0$	0,8	
$\frac{1}{x_2} - \frac{n_2}{b - e_2} = \frac{1 - n_2}{-R}$	0,8	
$x_2 = 26,54 \text{ cm}$ față de lentila $L_2$ în dreapta acesteia	0,6	
Obs: cerința se poate rezolva și prin aplicarea formulelor lentilelor și lamelor cu fețe plan paralele. $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}; \frac{1}{x_2^*} - \frac{1}{x_1^*} = \frac{1}{f_2}; x_1^* = x_2 + e_1 \left( 1 - \frac{1}{n_1} \right) + e_2 \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right) - d$		
c)		
Se aplică relațiile lentilelor pentru fiecare dintre capetele segmentului AB:		3p
$\frac{1}{c} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}$	0,2	
$\beta_1 = \frac{c}{x_1} = \frac{h}{y_1}$	0,3	
$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{c} = \frac{1}{f_2}$	0,2	
$\beta_2 = \frac{x_2}{c} = \frac{y_2 + z}{h + z}$	0,3	
Pentru punctul A se obține		
$x_{2A} = -30 \text{ cm}$	0,3	
$y_{2A} = 3,5 \text{ cm}$	0,3	
Pentru punctul B se obține		
$x_{2B} = -60 \text{ cm}$	0,3	
$y_{2B} = 6 \text{ cm}$	0,3	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	0,8	
Oficiu		1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 2		Parțial	Punctaj
a)	 <p>Alegerea corectă a axelor (0,2 p); lizibilitatea valorilor (0,2p); trasarea curbelor de variație (0,2p); dimensiunile graficului (0,2p); observarea punctelor de intersecție (0,2p)</p>	1,0p	3,0p
	Graficul cuprinde trei porțiuni (0,2p): 1) încălzirea solidului (0,1p); datele pot fi aranjate pe o dreaptă (0,1p) cu panta $a_s = 8 \text{ grad/min}$ (0,1p); 2) topirea substanței (0,1p): datele pot fi așezate pe o dreaptă orizontală (palier) (0,1p); 3) încălzirea lichidului (0,1p)- datele pot fi aranjate pe o dreaptă (0,1p) cu panta $a_l = 4 \text{ grad/min}$ (0,1p).	1,0p	
	Ecuațiile dreptelor pot fi estimate prin trasarea pe grafic a celei mai bune drepte, prin metoda celor mai mici pătrate .... Pentru prima porțiune se obține $\theta = 8,05t + 59,6$ Pe porțiunea a treia se obține $\theta = 4,01t + 3,83$ Ținând cont de numărul cifrelor semnificative se aleg $a_s = 8,0 \text{ grad/min}$ și, respectiv, $a_l = 4,0 \text{ grad/min}$	1,0p	
b)	Din grafic se determină momentele la care a început și s-a sfârșit topirea prin intersecția celor trei drepte.	0,5 p	1,5p
	Începerea topirii are loc la momentul $t_i = 7,5$ minute și durează până la momentul $t_f = 29$ minute.	0,5p	
	Durata topirii se obține din $\Delta T = t_2 - t_1 = 21,5$ minute	0,5p	
c)	Deoarece puterea încălzitorului $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$ este constantă (0,2p) și, în condițiile ideale presupuse în enunț, nu există pierderi (0,2p), putem scrie $Q_{corp} = P \cdot \Delta t$ (0,2p)	0,6p	2,0p
	$Q_s = P \cdot \Delta t = m_s c_s \Delta \theta_s \Rightarrow P = m_s c_s a_s$ (0,2p) și respectiv $P = m_l c_l a_l$ (0,2p)	0,4p	
	Din care, deoarece putem considera că $m_s = m_l$ , (0,25p) prin neglijarea prezenței vaporilor din incintă (0,25p) obținem	0,5p	
	$c_l = c_s \frac{a_s}{a_l} = 2000 \frac{J}{kg \cdot K}$ (0,25p + 0,25p)	0,5p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

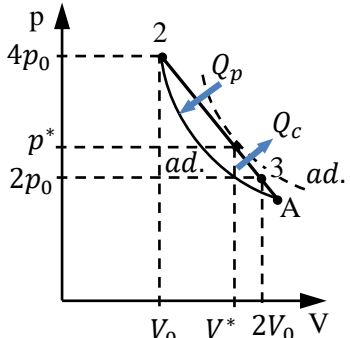


d)	Pentru determinarea căldurii latente specifice de topire vom putea scrie $Q = m_l \lambda$ Deoarece puterea încălzitorului este constantă $Q = P \cdot \Delta T$	0,25p	1p
	Dar $P = m_s c_s a_s$	0,25p	
	Astfel că $m_l \lambda = m_s c_s a_s \cdot \Delta T \Rightarrow$	0,25p	
	$\lambda = c_s a_s \Delta T = 172 \text{ kJ/kg}$	0,25p	
e)	<b>Deficiențe:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Presupunerea că toată căldura este absorbită doar de ioanidă (nu există incintă ideală) <b>(0,25 p)</b>;</li><li>- Neglijarea vaporilor substanței și a aerului din incintă <b>(0,25 p)</b>;</li><li>- Măsurarea temperaturii din interiorul incintei; numărul de cifre semnificative <b>(0,25 p)</b>;</li><li>- Neomogenitatea temperaturii probei încălzite <b>(0,25 p)</b>;</li><li>- Neconsiderarea lucrului mecanic necesar ridicării pistonului <b>(0,25 p)</b>;</li><li>- Numărul mic de determinări experimentale <b>(0,25 p)</b>.</li><li>- Pentru orice corp real, căldura specifică depinde de temperatură!</li></ul>	1,5p	1.5p
	Oficiu		1,0p
	Total		10p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<b>Problema 3</b>		<b>Parțial</b>	<b>Punctaj</b>
<b>a)</b>	$\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2)$	0,4p	<b>2p</b>
	În transformarea 3 → 1: $\frac{p_0}{V_0} = \frac{p_3}{2V_0} \Rightarrow p_3 = 2p_0$	0,4p	
	$T_2 = \frac{4p_0 V_0}{\nu R}$	0,4p	
	$T_3 = \frac{2p_0 2V_0}{\nu R}$	0,4p	
	$\Delta U_{23} = 0$	0,4p	
<b>b)</b>	Căldura molară în transformarea 3 → 1: $C = \frac{Q_{31}}{\nu(T_1 - T_3)}$	0,3p	<b>1,5p</b>
	$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31}$	0,3p	
	$\Delta U_{31} = \nu C_V \left( \frac{p_0 V_0}{\nu R} - \frac{2p_0 2V_0}{\nu R} \right)$	0,3p	
	$L_{31} = -\frac{3p_0 V_0}{2}$	0,3p	
	$C = C_V + \frac{R}{2} = 3R$	0,3p	
	<i>O altă abordare: <math>\frac{p}{\nu} = \text{constant} \Leftrightarrow pV^{-1} = \text{constant}</math></i> $C = C_V + \frac{R}{1-n} = 3R$		
<b>c)</b>	În transformarea 2 → 3 dependența presiunii de volum este descrisă de o funcție de gradul întâi: $p = aV + b$ , cu constantele $a < 0$ și $b > 0$	0,2p	<b>1,5p</b>
	Stările 2 și 3 respectă aceeași ecuație: $\begin{cases} 4p_0 = aV_0 + b \\ 2p_0 = a2V_0 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2p_0}{V_0} \\ b = 6p_0 \end{cases}$	0,4p	
	$\begin{cases} p = aV + b \\ pV = \nu RT \end{cases} \Rightarrow T = \frac{a}{\nu R} V^2 + \frac{b}{\nu R} V = AV^2 + B$	0,5p	
	$T_{max} = -\frac{\Delta}{4A}$	0,2p	
	$T_{max} = \frac{9p_0 V_0}{2\nu R} = 4,5T_1$	0,2p	
<b>d)</b>	În transformarea 2 → 3 gazul mai întâi absoarbe căldură, apoi în a doua parte, spre finalul transformării, gazul cedează căldură. Notăm cu A o stare oarecare pe transformarea 2 → 3, caracterizată de parametri $p, V, T$ , situată în vecinătatea stării 2. Calculăm căldura în procesul 2 → A: $Q_{2A} = \Delta U_{2A} + L_{2A}$	0,4p	<b>2p</b>
	$\Delta U_{2A} = \nu C_V (T - T_2) = 2,5(pV - 4p_0 V_0)$	0,4p	
	$L_{2A} = \frac{(p + 4p_0)(V - V_0)}{2}$	0,4p	
	Ținem cont că $p = -\frac{2p_0}{V_0} V + 6p_0$ și obținem:	0,4p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$Q_{2A} = -6\frac{p_0}{V_0}V^2 + 21p_0V - 15p_0V_0 = f(V) \quad (*)$ respectiv o parabolă care admite un maxim: $Q_{2A} = AV^2 + BV + C = f(V)$ Pentru $V = V_0$ starea A coincide cu starea 2, iar din relația (*) se obține $Q_{2A} = 0$ . Pe măsură ce starea A se depărtează de starea 2, funcția $Q_{2A} > 0$ și începe să crească. În transformarea $2 \rightarrow 3$ gazul absoarbe căldură atât timp cât funcția $Q_{2A} = f(V)$ este crescătoare, respectiv până la atingerea vârfului parabolei.		
Maximumul căldurii primite pe transformarea $2 \rightarrow 3$ este: $Q_{2Amax} = -\frac{\Delta}{4A} = \frac{27}{8}p_0V_0$ și se atinge la volumul $V^* = -\frac{B}{2A} = \frac{21}{12}V_0$ . După depășirea acestei stări, vârful parabolei, căldura $Q_{2A} = f(V)$ rămâne pozitivă dar începe să scadă sub valoarea $\frac{27}{8}p_0V_0$ , respectiv de aici încolo gazul începe să cedeze căldură.	0,4p	
<p><i>O altă abordare:</i></p> <p><i>Gazul primește căldură până în starea de tangență a dreptei <math>2 \rightarrow 3</math> cu adiabata.</i></p> <p>Considerăm o adiabată care intersectează dreapta <math>2 \rightarrow 3</math> în starea 2 și o stare oarecare A. Ia naștere o transformare ciclică (<i>de tip motor</i>) formată din adiabată și dreapta <math>2 \rightarrow A</math>, ciclu în care se produce lucru mecanic, <math>L = +\text{aria ciclu}</math>.</p> <p>În acord cu principiul al doilea al termodinamicii, gazul schimbă căldură cu două termostate și <math>L = Q_p -  Q_c </math>.</p> <p>Cum pe adiabată <math>Q = 0</math>, rezultă că în transformarea <math>2 \rightarrow A</math> gazul mai întâi absoarbe căldură apoi, în a doua parte, gazul cedează căldură. Aceste fenomene se produc atât timp cât adiabata intersectează dreapta <math>2 \rightarrow A</math> în două puncte. În punctul de tangență al adiabatei cu dreapta <math>2 \rightarrow 3 \rightarrow A</math> încetează schimbul de căldură.</p> <p>Semnul căldurii schimbate de gaz cu exteriorul, respectiv al căldurii molare, se schimbă în punctul de tangență al adiabatei cu dreapta <math>2 \rightarrow 3 \rightarrow A</math>, respectiv:</p> $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{\text{adiabată}} = \left(\frac{dp}{dV}\right)_{\text{dreaptă}}$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



	$pV^\gamma = \text{constant} \Rightarrow dp \cdot V^\gamma + pV^{\gamma-1}dV = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dV} = -\gamma \frac{p}{V}$ $p = aV + b \Rightarrow dp = adV \Rightarrow \frac{dp}{dV} = a$ <p>Obținem <math>-\gamma \frac{p}{V} = a</math>, respectiv <math>a = -\gamma \frac{aV+b}{V} \Rightarrow V = -\frac{\gamma b}{a(\gamma+1)} = V^*</math></p> <p>Ținem cont că <math>\gamma = \frac{7}{5}</math>, <math>a = -\frac{2p_0}{V_0}</math> și <math>b = 6p_0</math>, apoi obținem parametrii stării de tangență a adiabatei cu dreapta <math>2 \rightarrow 3 \rightarrow A</math>:</p> $V^* = \frac{21}{12}V_0 < 2V_0$ $p^* = aV^* + b = 2,5p_0$ $T^* = \frac{p^*V^*}{\nu R} = \frac{35}{8}T_1$ $Q_p^* = \nu C_V(T^* - T_2) + \frac{(p^* + 4p_0)(V^* - V_0)}{2} = \frac{27}{8}p_0V_0 = Q_{2Amax}$		
e)	$\eta = \frac{L}{Q_p}$	0,4p	2p
	$Q_p = Q_{12} + Q_{2Amax}$	0,4p	
	$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = 7,5p_0V_0$	0,4p	
	$L = \frac{(4p_0 - p_0)(2V_0 - V_0)}{2} = 1,5p_0V_0$	0,4p	
	$\eta = \frac{4}{29} \approx 13,8\%$	0,4p	
Oficiu			1p

Baremele au fost propuse de

**Prof. Gabriela ALEXANDRU**, Colegiul Național "Grigore Moisil" București  
**Prof. Ion TOMA**, Colegiul Național "Mihai Viteazul" București  
**Prof. Florin BUTUȘINĂ**, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu" Șimleu Silvaniei

Coordonator: **dr. Constantin COREGA**, Cluj-Napoca

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.