

OLIMPIADA DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ
20 Aprilie 2024

SECȚIUNEA – SENIORI 1 (S1)

Barem de evaluare

- Se punctează oricare alte formulări / modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.

Subiectul I (25 puncte) – Test grilă, complement simplu

1. (2,5p) Răspuns corect: c) $54^{\circ} 33'$

$$h = \varphi - 90^{\circ} + \delta$$

$$\delta = \varepsilon$$

$$-12^{\circ} = \varphi - 90^{\circ} + 23^{\circ} 27' \rightarrow \varphi = 54^{\circ} 33'$$

2. (2,5p) Răspuns corect b) $-2,09^m$

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{f_2}{f_1};$$

$$3,5^m - m_1 = -2,5 \log 5,8 \cdot 10^{-3}; m_2 = -2,09^m$$

3. (2,5p) Răspunsul corect este a)

Luminozitatea sistemului este: $L = L_1 + L_2 + L_3 = 44 L_S$. Distanța până la sistem, exprimată în parseci, este $d = 400 : 3,26 \text{ pc} = 122,7 \text{ pc}$. Utilizând formula pentru magnitudini absolute:

$$\frac{L}{L_S} = 10^{0,4(M_S - M)} \Rightarrow M = M_S - \frac{1}{0,4} \log_{10} \frac{L}{L_S} = 4,83 - \frac{1}{0,4} \log_{10} 44 = 0,72.$$

Cu Formula lui Pogson, se obține că:

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} d \Rightarrow m = M - 5 + 5 \log_{10} d = 0,72 - 5 + 5 \log_{10} 122,7 = \boxed{6,16}.$$

4. (2,5p) Răspuns corect: c) 1,7 minute

Se folosește faptul că timpul de colectare este invers proporțional cu suprafața telescopului:

$$t = \frac{\text{const}}{S} = \frac{\text{const}}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad d \text{ fiind diametrul}$$

5. (2,5p) Răspuns corect c) $4,74 \text{ km/s}$

$$E_{\text{tot}} = \frac{mv^2}{2} - K \frac{mM}{R+h} \leq 0;$$

$$F = K \frac{mM}{R^2} = mg_0 \rightarrow KM = g_0 R^2;$$

$$v \leq \sqrt{\frac{2g_0 R^2}{R+h}};$$

$$v \leq \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 6400^2 \times 10^6}{(6400 + 30000) \times 10^3}} = 4743,9 \text{ m/s} = 4,74 \text{ km/s};$$

6. (2,5p) Răspuns corect c) 2,68ua

$$\frac{T_p^2}{a_p^3} = \frac{T^2}{a^3}; \frac{1an^2}{1ua^3} = \frac{4,4^2an^2}{a^3}; a = \sqrt[3]{\frac{4,4^2an^2 \times 1ua^3}{1an^2}} = 2,68ua;$$

7. (2,5p) Răspuns corect: b) 3 ani

8. (2,5p) Răspuns corect: c) Polară Motivație: Luna se mișcă aproape de ecliptică.

9. (2,5p) Răspuns corect: c) Dragonul Motivație: Ar coincide cu Polul Ecliptic Nord, care este în constelația Dragonul.

10. (2,5p) Răspuns corect: a) $-23^{\circ}27'$

Subiectul II (50 puncte) – Probleme

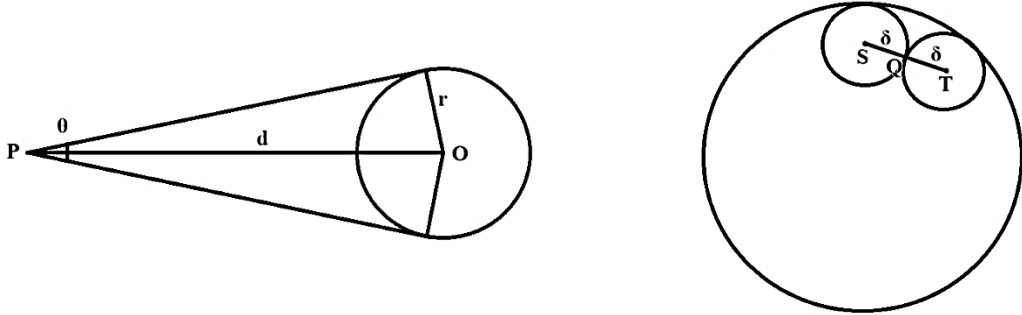
II.1 Sistem binar de stele (20 puncte)

a.	12p
Pentru aștrii reali, forța respectă legea atracției universale:	
$F = K \frac{M_1 M_2}{a^2}$	3p
Pentru sistemul echivalent, putem scrie	
$F' = K \frac{M\mu}{a^2} = K \frac{M_1 + M_2}{a^2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} = K \frac{M_1 M_2}{a^2} = F$	3p
Energia potențială de interacție a corpurilor este	
$E_p = -K \frac{M_1 M_2}{a}$	3p
iar pentru sistemul teoretic	
$E_p' = K \frac{M\mu}{a} = K \frac{M_1 + M_2}{a} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} = K \frac{M_1 M_2}{a} = E_p$	3p
b.	8p
Condiția ce trebuie îndeplinită este ca distanța unghiulară a sistemului să fie mai mare sau egală (la limită) cu puterea separatoare a telescopului:	
$\frac{a}{d} = \delta \geq \theta_{min}$	3p
$\theta_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow$	3p
$a \geq 1,22 \frac{d\lambda}{D}$	

$a \geq 0,272 \text{ UA}$	2p
Total	20p

II.2 Analiza unui roi globular de stele (30 puncte)

a	10p
a) Magnitudinea limită a unui instrument optic, de diametru D , este dat de formula: $m_{lim} = m_0 + 5 \log_{10} \frac{D}{\pi} \Rightarrow D = \pi \cdot 10^{0,2(m_{lim}-m_0)}.$ Pentru ca roiul să fie observat, trebuie ca să fie mai strălucitor decât un obiect având magnitudinea limită, așadar: $m_r \leq m_{lim} \Rightarrow D \geq \pi \cdot 10^{0,2(m_r-m_0)} = 8mm \cdot 10^{0,2(9,5-6)} \approx \boxed{40mm}.$	5p 5p
b	10p
b) Notăm cu M_r magnitudinea absolută a roiului, cu L luminozitatea unei singure stele din roi, iar cu L_r luminozitatea roiului. Folosind relația luminozitate-magnitudine, avem că: $100\,000 = \frac{L_r}{L} = 10^{0,4(M-M_r)} \Rightarrow$ $\Rightarrow M_r = M + \frac{1}{0,4} \log_{10} \frac{L}{L_r} = -0,5 - \frac{1}{0,4} \log_{10} 100000 = -13.$ Cu formula lui Pogson: $M_r = m_r + 5 - 5 \log_{10} d \Rightarrow -13 = 9,5 + 5 - 5 \log_{10} d \Rightarrow d = 10^{5,5} pc.$ Cu aproximație, $\boxed{d \approx 316228 pc}$. Orice rezolvare echivalentă, chiar dacă nu are valori pentru calcule intermediare, se punctează maxim dacă este corectă.	3p 3p 4p
c	5p
c) Aplicând formula luminozitate-magnitudine pentru o stea din roi și Soarele nostru, avem: $\frac{L}{L_S} = 10^{0,4(M_S-M)} = 10^{0,4(4,83+0,5)} = 135,52$	2p

<p>Pentru că stelele din roi au clasa spectrală A0V, ele sunt din secvența principală, deci putem estima masa folosind relația masă-luminozitate, astfel:</p> $\frac{L}{L_S} = \left(\frac{m}{m_S}\right)^{3,5}$ $\Rightarrow \frac{m}{m_S} = \sqrt[3,5]{135,52} \approx 4,06 \Rightarrow \boxed{m \approx 4,06 m_S}$ <p>Folosirea unui coeficient de 3,8 ($m \approx 3,64 m_S$) sau 3,3 ($m \approx 4,42 m_S$) în relația masă-luminozitate în loc de 3,5 se consideră corectă și se punctează maxim.</p>	2p 1p
<p>d</p>	5p
<p>d) A se vedea desenul de mai jos:</p>  <p>Notăm cu r raza roiului de stele, care se determină din expresia distanței unghiulare:</p> $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{r}{d} \Rightarrow r = d \sin \frac{\theta}{2} \approx 316228 pc \cdot \sin 3' \approx 276 pc.$ <p>Să zicem că spațiul din jurul fiecărei stele este o sferă de o anumită rază δ. Datorită ipotezei de distribuție omogenă, această rază are aceeași valoare pentru fiecare stea. Deoarece sunt suficient de multe stele în roi, putem aproxima că suma volumelor micilor sfere de rază δ este egală cu volumul roiului, iar orice două sfere, cu centrele în două stele S, T sunt tangente în Q</p> <p>Deoarece volumul sferei depinde direct proporțional cu cubul razei, vom avea că:</p> $\delta = \frac{r}{\sqrt[3]{Nr_{stele}}} = \frac{276 pc}{\sqrt[3]{100000}} \approx 5,95 pc$ <p>Astfel, distanța medie dintre două stele este $\boxed{2\delta \approx 11,9 pc}$.</p> <p>Se oferă punctaj maxim pentru rezolvări echivalente corecte.</p>	2p 2p 1p
<p>Total</p>	30p

**Subiectul III (25 puncte) – Proba observațională**

1. Identificarea punctelor cardinale..... 2p
2. Trasarea corectă și notarea corectă a meridianului, eclipticii, ecuatorului ceresc și a ecuatorului galactic 2p
3. Trasarea corectă și notarea corectă a cerului de circumpolaritate și a cerului de precesie2p
4. $T_S \approx 4h 50 min \pm 10 min$ 2p
5. Trasarea corectă a celor două almucantarate (cerc cu centrul în zenit ce trece prin stea)2p
Distanța unghiulară $25.5 \pm 2 (^\circ)$ 2p
6. Reprezentarea corectă a constelațiilor pe hartă 4p
7. Notarea corectă a obiectelor Messier pe hartă 4p
8. Justificare1p
 $T_t = 20:00 \pm 00:15$ 1p
9. $\varphi = 47 \pm 1 (^\circ)$ 2p
10. Jupiter 1p

